

北海道開発局 正員 外崎 忍

1) まえがき

予めコンクリート床版内に配置されたPC鋼を緊張する床版プレストレスにおいて、ジベルの剛度が大きくなると緊張端付近のジベルにせん断力が集中して危険側になることが予想される。本稿においては緊張直後及びクリープ終了後の状態におけるジベルの剛度を組み入れた計算式を導き、数値計算を示して若干考察を加えた。

2) 構造計算の考え方

図-1に示すようにジベルのある高さでその奥の床版の変形と鋼ゲタの変形を含めたジベルの変形がわり合うものとすれば、各ジベル位置には不静定力としてせん断力、モーメント、垂直力を導入することができる。このうちモーメントと垂直力は影響が少いので無視し、ジベルと床版は端部がピン、中間部がローラー結合の構造を考える。又ジベルと床版の挠みの差の影響は考えないことにする。

3) 緊張直後のせん断力の計算式

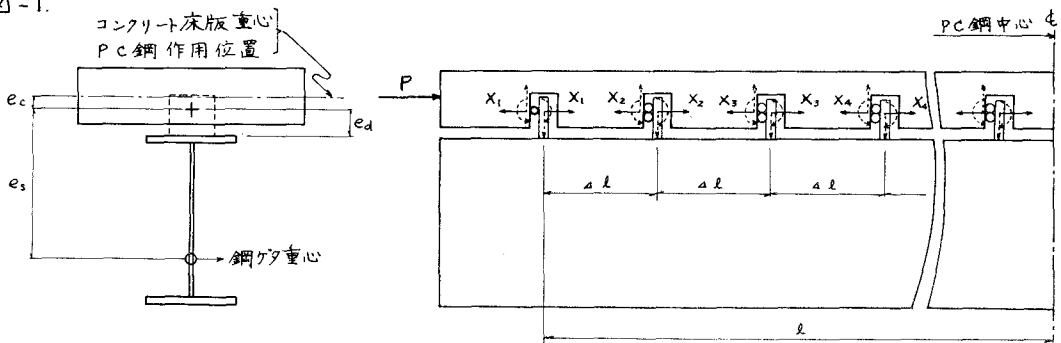
最も重要な最端ジベルのせん断力には緊張端付近のジベルの影響が支配的になるので、ジベルの剛度、間隔は全ジベルとも端部ジベルのそれに等しいものとする。又プレストレス位置とコンクリート床版重心位置は一致しているものとする。

(記号) P = プレストレス, A_c = コンクリート断面積, E_c = コンクリート弾性係数, I_c = コンクリート断面2次モーメント, A_s = 鋼ゲタ断面積, E_s = 鋼弾性係数, I_s = 鋼ゲタ断面2次モーメント, A_d = ジベル断面積, I_d = ジベル断面2次モーメント, e_d = 上フランジからせん断力作用位置までの距離, G = 鋼の横断性係数

X_i 作用奥での変形

$$\begin{aligned} \text{(コンクリート床版の変形)} \quad P \text{ によるもの} &= -\frac{P}{A_c \cdot E_c} l \\ X_1 \text{ によるもの} &= \frac{1}{E_c} \left(\frac{1}{A_c} + \frac{e_c^2}{I_c} \right) l X_1 \\ &\vdots \\ X_n \text{ によるもの} &= \frac{1}{E} \left(\frac{1}{A_c} + \frac{e_c^2}{I_c} \right) \{ l - (n-1) \Delta l \} X_n \end{aligned}$$

図-1.



$$(\text{ジベルの変形}) \quad \left(\frac{e_d}{G A_d} + \frac{e_d^3}{3 E_s I_d} \right) X_1$$

$$(\text{鋼ゲタの変形}) \quad X_1 \text{ によるもの } \frac{1}{E_s} \left(\frac{1}{A_s} + \frac{e_s^2}{I_s} \right) l X_1$$

$$\vdots$$

$$X_n \text{ によるもの } \frac{1}{E_s} \left(\frac{1}{A_s} + \frac{1}{I_s} \right) \{ l - (n-1) \Delta l \} X_n$$

$$K(1) = \frac{1}{E_c} \left(\frac{1}{A_c} + \frac{e_c^2}{I_c} \right), K(2) = \frac{1}{E_s} \left(\frac{1}{A_s} + \frac{e_s^2}{I_s} \right), K(3) = K(1) + K(2)$$

$$K(4) = \frac{e_d}{G A_d} - \frac{e_d^3}{3 E_s I_d}, K(5) = \frac{K(4)}{K(3)}, K(6) = 1 + \frac{K(5)}{l}$$

とおき，作用点での変形のつり合いを考えると次式が得られる。

$$- \frac{P}{A_c E_c} l + K(1) l X_1 + K(1) (l - \Delta l) X_2 + \cdots + K(1) \{ l - (n-1) \Delta l \} X_n$$

$$= -K(2) l X_1 - K(2) (l - \Delta l) X_2 - \cdots - K(2) \{ l - (n-1) \Delta l \} X_n - K(4) X_1$$

同様にして X_n 作用点までの式が得られ，これを整理すると次のような $X_1 \cdots X_n$ に関する連立一次方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} K(6) l X_1 + (l - \Delta l) X_2 + (l - 2 \Delta l) X_3 + \cdots + \{ l - (n-1) \Delta l \} X_n &= \frac{P}{A_c E_c K(3)} l \\ (l - \Delta l) X_1 + K(7) (l - \Delta l) X_2 + (l - 2 \Delta l) X_3 + \cdots + \{ l - (n-1) \Delta l \} X_n &= \frac{P}{A_c E_c K(3)} (l - \Delta l) \\ \cdots \cdots \cdots \\ \{ l - (n-1) \Delta l \} X_1 + \{ l - (n-1) \Delta l \} X_2 + \{ l - (n-1) \Delta l \} X_3 + \cdots \\ \cdots \cdots + K(n+5) \{ l - (n-1) \Delta l \} X_n &= \frac{P}{A_c E_c K(3)} \{ l - (n-1) \Delta l \} \end{aligned} \right\} \times I)$$

$$\text{ただし } K(6) = 1 + \frac{K(5)}{l}, K(7) = 1 + \frac{K(5)}{l - \Delta l} \cdots K(n+5) = 1 + \frac{K(5)}{l - (n-1) \Delta l}$$

4) コンクリート床版のクリープによるせん断力増加量の計算式

せん断力の増加量を $Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$ とする。作用位置はもちろん $X_1, X_2, \cdots, X_n$ と同じである。

(記号) A_w = 鋼ゲタと PC 鋼の合成断面積， I_w = 鋼ゲタと PC 鋼の合成断面 2 次モーメント，

e_w = 鋼ゲタと PC 鋼の合成断面の重心と Y の作用点までの距離，

$P, X_1, X_2, \cdots, X_n, Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$ によるクリープ変形および $dY_1, dY_2, \cdots, dY_n$ による弾性変形のつり合いを $Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$ 作用点について考へ微分方程式と導く。

Y_1 作用点での変形

$$(\text{ジベルの変形}) \quad \left(\frac{e_d}{G A_d} + \frac{e_d^3}{3 E_s I_d} \right) dY_1$$

$$(\text{鋼ゲタの変形}) \quad dY_1 \text{ によるもの } \frac{1}{E_s} \left(\frac{1}{A_w} + \frac{e_w^2}{I_w} \right) l dY_1$$

$$\vdots$$

$$dY_n \text{ によるもの } \frac{1}{E_s} \left(\frac{1}{A_w} + \frac{e_w^2}{I_w} \right) \{ l - (n-1) \Delta l \} dY_n$$

$$(\text{コンクリート床版の変形}) \quad P \text{ によるクリープ変形 } - \frac{P}{A_c E_c} l d\varphi_t$$

$$\begin{aligned}
 & X_1 \text{ によるクリープ変形 } \frac{1}{E_c} \left(\frac{1}{A_c} + \frac{e_c^2}{I_c} \right) l X_1 d\varphi_t \\
 & \vdots \\
 & X_n \text{ によるクリープ変形 } \frac{1}{E_c} \left(\frac{1}{A_c} + \frac{e_c^2}{I_c} \right) \{l - (n-1)\Delta l\} X_n d\varphi_t \\
 & Y_1 \text{ によるクリープ変形 } \frac{1}{E_c} \left(\frac{1}{A_c} + \frac{e_c^2}{I_c} \right) l Y_1 d\varphi_t \\
 & \vdots \\
 & Y_n \text{ によるクリープ変形 } \frac{1}{E_c} \left(\frac{1}{A_c} + \frac{e_c^2}{I_c} \right) \{l - (n-1)\Delta l\} Y_n d\varphi_t
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & dY_1 \text{ によるもの } \frac{1}{E_c} \left(\frac{1}{A_c} + \frac{e_c^2}{I_c} \right) l dY_1 \\
 & \vdots \\
 & dY_n \text{ によるもの } \frac{1}{E_c} \left(\frac{1}{A_c} + \frac{e_c^2}{I_c} \right) \{l - (n-1)\Delta l\} dY_n
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
 L(1) &= K(1), \quad L(2) = \frac{1}{E_s} \left(\frac{1}{A_w} + \frac{e_w^2}{I_w} \right), \quad L(3) = L(1) + L(2) \\
 L(4) &= K(4), \quad L(5) = \frac{L(4)}{L(3)}, \quad L(6) = \frac{L(1)}{L(3)}, \quad L(7) = 1 + \frac{L(5)}{l}
 \end{aligned} \right\}$$

とおき Y_1 作用点での変形のつり合いを考えると次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 & L(1) l dY_1 + L(1)(l - \Delta l) dY_2 + \cdots + L(1)\{l - (n-1)\Delta l\} dY_n + L(1) l Y_1 d\varphi_t + \\
 & L(1)(l - \Delta l) Y_2 d\varphi_t + \cdots + L(1)\{l - (n-1)\Delta l\} Y_n d\varphi_t + L(2) l dY_1 + \\
 & L(2)(l - \Delta l) dY_2 + \cdots + L(2)\{l - (n-1)\Delta l\} dY_n + L(4) dY_1 + L(1) l X_1 d\varphi_t + \\
 & L(1)(l - \Delta l) X_2 d\varphi_t + \cdots + L(1)\{l - (n-1)\Delta l\} X_n d\varphi_t = \frac{P l}{A_c E_c L(3)} d\varphi_t
 \end{aligned}$$

同様にして Y_n 作用点までの式が得られ、これを整理すると次のような $Y_1, \dots, Y_n$ に関する連立微分方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned}
 & L(7) l \frac{dY_1}{d\varphi_t} + (l - \Delta l) \frac{dY_2}{d\varphi_t} + (l - 2\Delta l) \frac{dY_3}{d\varphi_t} + \cdots + \{l - (n-1)\Delta l\} \frac{dY_n}{d\varphi_t} + \\
 & L(6) l Y_1 + L(6)(l - \Delta l) Y_2 + L(6)(l - 2\Delta l) Y_3 + \cdots + L(6)\{l - (n-1)\Delta l\} Y_n + M_1 = 0 \\
 & (l - \Delta l) \frac{dY_1}{d\varphi_t} + L(8)(l - \Delta l) \frac{dY_2}{d\varphi_t} + (l - 2\Delta l) \frac{dY_3}{d\varphi_t} + \cdots + \{l - (n-1)\Delta l\} \frac{dY_n}{d\varphi_t} + \\
 & L(6)(l - \Delta l) Y_1 + L(6)(l - \Delta l) Y_2 + L(6)(l - 2\Delta l) Y_3 + \cdots + L(6)\{l - (n-1)\Delta l\} Y_n + M_2 = 0 \\
 & \cdots \cdots \cdots \\
 & \{l - (n-1)\Delta l\} \frac{dY_1}{d\varphi_t} + \{l - (n-1)\Delta l\} \frac{dY_2}{d\varphi_t} + \cdots + L(n+6)\{l - (n-1)\Delta l\} \frac{dY_n}{d\varphi_t} + \\
 & L(6)\{l - (n-1)\Delta l\} Y_1 + L(6)\{l - (n-1)\Delta l\} Y_2 + \cdots + L(6)\{l - (n-1)\Delta l\} Y_n + M_n = 0 \\
 & \text{ただし } L(7) = 1 + \frac{L(5)}{l}, \quad L(8) = 1 + \frac{L(5)}{l - \Delta l}, \quad \cdots \cdots L(n+6) = 1 + \frac{L(5)}{l - (n-1)\Delta l} \\
 & M_1 = L(6) \left[l X_1 + (l - \Delta l) X_2 + (l - 2\Delta l) X_3 + \cdots + \{l - (n-1)\Delta l\} X_n \right] - \frac{P l}{A_c E_c L(3)} \\
 & M_2 = L(6) \left[(l - \Delta l)(X_1 + X_2) + (l - 2\Delta l) X_3 + \cdots + \{l - (n-1)\Delta l\} X_n \right] - \frac{P(l - \Delta l)}{A_c E_c L(3)}
 \end{aligned} \right\} \text{ (III)}$$

$$M_n = L(6) \left[l - (n-1)\Delta l \right] (X_1 + X_2 + \dots + X_n) - \frac{P \{ l - (n-1)\Delta l \}}{A_c E_c L(3)}$$

5) 数値計算結果

計算に用いた諸数値は下表に示す。又計算結果は図-2, 図-3に示す。

ジベル種類	P kg	A _c cm ²	I _c cm ⁴	E _c cm	A _s cm ²	I _s cm ⁴	E _s cm	A _d cm ²	I _d cm ⁴	e _d cm	Δl cm	l cm
ブロック B ₁	218600	10560	506900	7.72	697.2	8602200	165.59	131.3	6320.	6.0	30	3285
ブロック B ₂	"	"	"	11.22	"	"	162.09	37.9	339.	2.5	"	"
スタッド S	"	"	"	7.22	"	"	166.09	22.8	27.6	6.5	"	"

$E_c = 350000 \text{ kg/cm}^2$, クリープ係数 $\mathcal{P}_\infty = 2.0$

図-2はジベルせん断力と位置の関係を示した。B₁, B₂は計算で考慮したジベル本数が6本, Sは9本と15本の場合である。クリープによる増加量はB₁とSの9本考慮した場合について示した。図-3は緊張端に最も近いジベルのせん断力と計算で考慮したジベル本数との関係を示した。

6) むすび

図-2からジベルの剛度がせん断力の分布に影響が大きいこと、又剛度が大きいとせん断力の殆んどが端部付近に集中することが判った。又図-3から剛度の大きいジベルでは計算で考慮する本数は4本程度で充分であることが判った。ただし数値計算でせん断力作用位置 e_d をジベル高の半分にとったが、これは計算結果に影響の大きい仮定であり実験で確かめる必要があると思う。又普通緊張端は橋長方向中間にあり、緊張区間のジベルもせん断力を分担する。この場合コンクリートの引張変形が線形でないことや、引張応力に対するクリープの考え方が充分明らかでないので正確を期すことはできないが、一応平均的な引張弾性係数、クリープ係数を仮定して、これまでの計算式より緊張区間および区間の単位緊張力による緊張端位置の変形を計算し、これによって緊張力を分配すれば、両区間のジベルせん断力の分布は計算が可能である。

(参考文献)

連続合成桁橋 ; 橘 善雄

Theorie der Verbund Konstruktionen ;

Konrad Sattler.

