

東洋大学工学部 正員 高田孝信

〃 正員 新延泰生

〃 〇正員 林 俊一

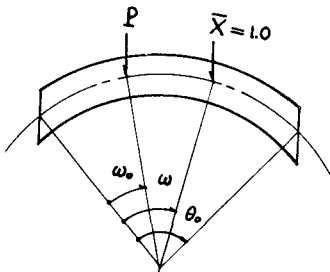
1. まえかき 最近の道路橋は、橋そのものが道路であるという観点から、最も理想的な道路線形に合致させた構造をもつた橋が作製されている。特に曲線橋は高速道路に多く、連続梁及びラーメンなどの骨組構造で支えられ、扇形平板が多くみられる。本考察においては、支変条件が変化した場合、曲線橋にどのような影響を及ぼすかということを観察するために行うのである。まず簡単な角中員の小さい桁橋を考慮し、計算を進め、半径方向に支変を設けた時と、平行支変を設けた場合について、設計に際し支変付近の曲げモーメント及びねじりモーメントをどれくらい求めればよいかを比較検討し設計に役立てることを目的とした。計算するにあたり、半径方向連続曲線桁として、曲線桁橋の断面形状を箱ゲタ中空断面とし単純ねじりの理論を用いて初等的に取り扱った。

2. 理論解析

I. 平行支変を設けた場合

基本系として静定基本系を選ぶ。静定曲線桁橋とは一端はネジレ及びモーメントに対して単純支持とし、他端はモーメントに対しては単純支持でネジレに対しては抵抗するものとする。

i) 垂直荷重 P が任意点 ω に作用したときの任意点 ω における垂直変位 f_p を求める。



$$V_A = \frac{\sin(\theta_0 - \omega_0 - \beta) + \sin \beta}{\sin(\theta_0 - \beta) + \sin \beta} P$$

$$0 \leq \theta \leq \omega_0 \quad M_n = V_A a \sin \theta, \quad M_{t1} = V_A a (1 - \cos \theta)$$

$$\omega_0 \leq \theta \leq \theta_0 \quad M_{t2} = V_A a \sin \theta - P a \sin(\theta - \omega_0)$$

$$M_{t2} = V_A a (1 - \cos \theta) - P a \{1 - \cos(\theta - \omega_0)\}$$

$$0 \leq \theta \leq \omega_0 \quad \bar{M}_{r1} = \bar{V}_A a \sin \theta, \quad \bar{M}_{t1} = \bar{V}_A a (1 - \cos \theta)$$

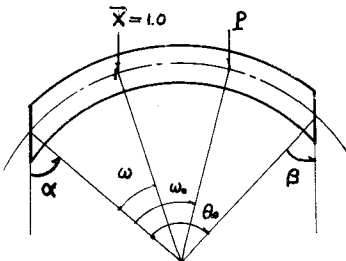
$$\omega_0 \leq \theta \leq \theta_0 \quad \bar{M}_{t2} = \bar{V}_A a \sin \theta - a \sin(\theta - \omega_0)$$

$$\bar{M}_{t2} = \bar{V}_A a (1 - \cos \theta) - a \{1 - \cos(\theta - \omega_0)\}$$

(1) $\omega < \omega_0$ のとき

$$f_{MP} = \int_0^{\omega} \frac{\bar{M}_{r1} \bar{M}_{r1}}{EI} ds + \int_{\omega}^{\omega_0} \frac{\bar{M}_{r1} \bar{M}_{r2}}{EI} ds + \int_{\omega_0}^{\theta_0} \frac{\bar{M}_{r2} \bar{M}_{r2}}{EI} ds$$

$$f_{TP} = \int_0^{\omega} \frac{\bar{M}_{t1} \bar{M}_{t1}}{GJ} ds + \int_{\omega}^{\omega_0} \frac{\bar{M}_{t1} \bar{M}_{t2}}{GJ} ds + \int_{\omega_0}^{\theta_0} \frac{\bar{M}_{t2} \bar{M}_{t2}}{GJ} ds$$



(2) $\omega_0 < \omega < \theta_0$ のとき

$$f_{MP} = \int_0^{\omega} \frac{M_n \bar{M}_n}{EI} ds + \int_{\omega}^{\omega_0} \frac{M_n \bar{M}_n}{EI} ds + \int_{\omega_0}^{\theta_0} \frac{M_n \bar{M}_n}{EI} ds$$

$$f_{TP} = \int_0^{\omega_0} \frac{M_t \bar{M}_t}{GJ} ds + \int_{\omega_0}^{\omega} \frac{M_t \bar{M}_t}{GJ} ds + \int_{\omega}^{\theta_0} \frac{M_t \bar{M}_t}{GJ} ds$$

ii) 垂直荷重 P が任意変位 ω に作用するときの任意変位 ω におけるねじれ角 θ_P を求める。

仮定トルク $\bar{X} = 1.0$.

$0 \leq \theta \leq \omega$ のとき $\bar{M}_n = 0, \bar{M}_t = 0$

$\omega \leq \theta \leq \theta_0$ のとき $\bar{M}_n = \sin(\alpha - \omega), \bar{M}_t = \cos(\alpha - \omega)$

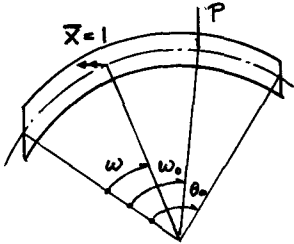
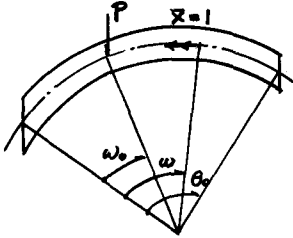
$$\theta_P = \theta_{MP} + \theta_{TP}, \quad \theta_{MP} = \int_0^{\theta_0} \frac{M_n \bar{M}_n}{EI} ds, \quad \theta_{TP} = \int_0^{\theta_0} \frac{M_t \bar{M}_t}{GJ} ds$$

$0 \leq \theta \leq \omega_0$

$0 \leq \theta \leq \omega_0$ $M_n = T_A a \sin \theta, \quad M_t = T_A a (1 - \cos \theta)$

$\omega_0 \leq \theta \leq \theta_0$ $M_n = T_A a \sin \theta - P a \sin(\theta - \omega_0)$

$M_t = T_A a (1 - \cos \theta) - P a \{1 - \cos(\theta - \omega_0)\}$



(1) $\omega < \omega_0$ のとき

$$\theta_{MP} = 0$$

$$\theta_{TP} = \int_{\omega}^{\omega_0} \frac{\bar{M}_t M_t}{GJ} ds + \int_{\omega_0}^{\theta_0} \frac{\bar{M}_t M_t}{GJ} ds$$

(2) $\omega_0 < \omega < \theta_0$ のとき

$$\theta_P = \int_{\omega_0}^{\omega} \frac{\bar{M}_t M_t}{GJ} ds + \int_{\omega}^{\theta_0} \frac{\bar{M}_t M_t}{GJ} ds$$

iii) トルク T が任意変位 ω に作用するときの任意変位 ω におけるねじれ角 θ_T を求める。

$0 \leq \theta \leq \omega_0$ のとき $M_n = 0, M_t = 0$

$\omega_0 \leq \theta \leq \theta_0$ のとき $M_n = T \sin(\alpha - \omega_0), M_t = T \cos(\alpha - \omega_0)$

$0 \leq \theta \leq \omega$ のとき $\bar{M}_n = 0, \bar{M}_t = 0$

$\omega \leq \theta \leq \theta_0$ のとき $\bar{M}_n = \sin(\alpha - \omega), \bar{M}_t = \cos(\alpha - \omega)$

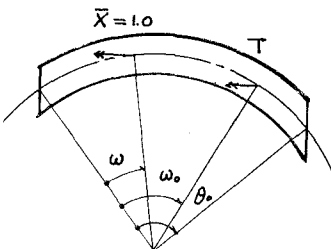
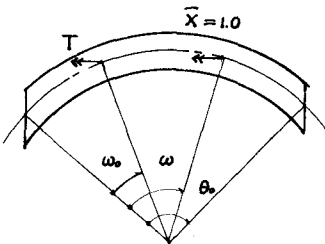
$$\theta_T = \theta_{MT} + \theta_{TT}, \quad \theta_{MT} = \int_0^{\theta_0} \frac{M_n \bar{M}_n}{EI} ds, \quad \theta_{TT} = \int_0^{\theta_0} \frac{M_t \bar{M}_t}{GJ} ds$$

(1) $\omega < \omega_0$ のとき

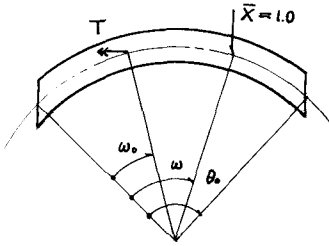
$$\theta_{MT} = \int_{\omega_0}^{\theta_0} \frac{M_n \bar{M}_n}{EI} ds, \quad \theta_{TT} = \int_{\omega_0}^{\theta_0} \frac{M_t \bar{M}_t}{GJ} ds$$

(2) $\omega_0 \leq \omega \leq \theta_0$ のとき

$$\theta_{MT} = \int_{\omega}^{\theta_0} \frac{M_n \bar{M}_n}{EI} ds, \quad \theta_{TT} = \int_{\omega}^{\theta_0} \frac{M_t \bar{M}_t}{GJ} ds$$

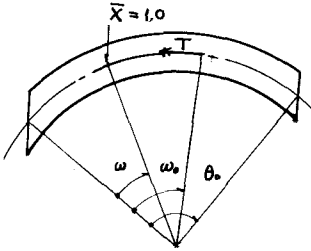


IV) トルク T が任意変 ω_0 に作用し θ とするとき任意変 ω における垂直変位 f_T を求める。

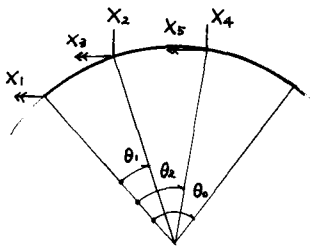


$$\begin{aligned} 0 &\leq \theta \leq \omega_0 & M_{r1} &= 0, \quad M_{t1} = 0 \\ \omega_0 &\leq \theta \leq \theta_0 & M_{r2} &= T \sin(\alpha - \theta), \quad M_{t2} = T \cos(\alpha - \theta) \\ 0 &\leq \theta \leq \omega & M_{r1} &= \bar{T} A a \sin \theta, \quad \bar{M}_{t1} = \bar{T} A a (1 - \cos \theta) \\ \omega &\leq \theta \leq \theta_0 & M_{r2} &= \bar{T} A a \sin \theta - A \sin(\theta - \omega) \\ & & \bar{M}_{t2} &= \bar{T} A a (1 - \cos \theta) - A \{1 - \cos(\theta - \omega)\} \end{aligned}$$

$$f_T = f_{MT} + f_{TT} \quad f_{MT} = \int_0^{\theta_0} \frac{M_{r2} \bar{M}_{r1}}{EI} d\alpha, \quad f_{TT} = \int_0^{\theta_0} \frac{M_{t2} \bar{M}_{t1}}{GJ} d\alpha$$



$$\begin{aligned} (1) \quad \omega &< \omega_0 \text{ のとき} \\ f_{MT} &= \int_{\omega_0}^{\theta_0} \frac{M_{r2} \bar{M}_{r1}}{EI} d\alpha, \quad f_{TT} = \int_{\omega_0}^{\theta_0} \frac{M_{t2} \bar{M}_{t1}}{GJ} d\alpha \\ (2) \quad \omega_0 &\leq \omega \leq \theta_0 \text{ のとき} \\ f_{MT} &= \int_{\omega}^{\theta_0} \frac{M_{r2} \bar{M}_{r1}}{EI} d\alpha, \quad f_{TT} = \int_{\omega}^{\theta_0} \frac{M_{t2} \bar{M}_{t1}}{GJ} d\alpha \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \theta'_{11} X_1 + \theta'_{21} X_2 + \theta'_{31} X_3 + \theta'_{41} X_4 + \theta'_{51} X_5 + \theta_{01} &= 0 \quad (1) \\ \delta'_{12} X_1 + \delta'_{22} X_2 + \delta'_{32} X_3 + \delta'_{42} X_4 + \delta'_{52} X_5 + \delta_{02} &= 0 \quad (2) \\ \theta'_{12} X_1 + \theta'_{22} X_2 + \theta'_{32} X_3 + \theta'_{42} X_4 + \theta'_{52} X_5 + \theta_{02} &= 0 \quad (3) \\ \delta'_{13} X_1 + \delta'_{23} X_2 + \delta'_{33} X_3 + \delta'_{43} X_4 + \delta'_{53} X_5 + \delta_{03} &= 0 \quad (4) \\ \theta'_{13} X_1 + \theta'_{23} X_2 + \theta'_{33} X_3 + \theta'_{43} X_4 + \theta'_{53} X_5 + \theta_{03} &= 0 \quad (5) \end{aligned}$$

但し: δ'_{ij} : $P_i=1.0$ にする j 変の変位, 其の方向は i 変に作用する P_i の方向。

δ'_{ij} : $T_i=1.0$ にする j 変の垂直変位。

θ'_{ij} : $P_i=1.0$ にする j 変の角変位, その方向は θ'_{ij} と同じ方向。

θ'_{ij} : $T_i=1.0$ にする j 変の角変位, その方向は i 変に作用する T_i の方向。

$$\begin{aligned} \theta'_{11} &= \frac{1}{EI} \int_0^{\theta_0} \sin^2(\alpha - \theta) a d\theta + \frac{1}{GJ} \int_0^{\theta_0} \cos^2(\alpha - \theta) a d\theta \\ \theta_{01} &= \left[a(\theta_0) \int_0^{\theta_0} \sin(\alpha - \theta) \sin \theta d\theta - \int_{\theta_1}^{\theta_0} \sin(\alpha - \theta) \sin(\theta - \theta_1) d\theta + R \left\{ a(\theta_1) \int_0^{\theta_0} (1 - \cos \theta)^2 d\theta - \int_{\theta_1}^{\theta_0} \cos(\alpha - \theta) \{1 - \cos(\theta - \theta_1)\} d\theta \right\} \right] \frac{P a^2}{EI} \\ \delta'_{22} &= \left[\int_0^{\theta_1} a(\theta) \sin^2 \theta d\theta + \int_{\theta_1}^{\theta_0} \{ a(\theta) \sin \theta - \sin(\theta - \theta_1) \}^2 + R \int_0^{\theta_1} a(\theta) (1 - \cos \theta)^2 d\theta + \int_{\theta_1}^{\theta_0} \{ a(\theta) (1 - \cos \theta) - 1 + \cos(\theta - \theta_1) \}^2 d\theta \right] \frac{P a^2}{EI} \\ \theta'_{21} = \theta'_{12} = \theta'_{22} &= \left[\int_0^{\theta_0} \sin^2(\alpha - \theta) d\theta + R \int_{\theta_1}^{\theta_0} \cos^2(\alpha - \theta) d\theta \right] \frac{T a}{EI} \end{aligned}$$

$$\delta'_{22} = \left[\int_{\theta_1}^{\theta_0} \{a(\theta_1) \sin \theta - \sin(\theta - \theta_1)\} \sin(\alpha - \theta) d\theta + k \int_{\theta_1}^{\theta_0} \{a(\theta_1)(1 - \cos \theta) - 1 + \cos(\theta - \theta_1)\} \cos(\alpha - \theta) d\theta \right] \frac{Ta^2}{EI}$$

$$\begin{aligned} \delta_{32} = & \left[\int_0^{\theta_1} a(\theta_1) a(\theta_2) \sin^2 \theta d\theta + \int_{\theta_1}^{\theta_2} \{a(\theta_1) \sin \theta - \sin(\theta - \theta_1)\} a(\theta_2) \sin \theta d\theta + \int_{\theta_2}^{\theta_0} \{a(\theta_1) \sin \theta - \sin(\theta - \theta_1)\} \{a(\theta_2) \sin \theta - \sin(\theta - \theta_2)\} d\theta \right] \frac{Pa^3}{EI} \\ & + \left[\int_{\theta_0}^{\theta_1} a(\theta_1) a(\theta_2) (1 - \cos \theta)^2 d\theta + \int_{\theta_1}^{\theta_2} \{a(\theta_1)(1 - \cos \theta) - 1 + \cos(\theta - \theta_1)\} a(\theta_2) (1 - \cos \theta) d\theta + \int_{\theta_2}^{\theta_0} \{a(\theta_1)(1 - \cos \theta) - 1 + \cos(\theta - \theta_1)\} \times \right. \\ & \left. \{a(\theta_2)(1 - \cos \theta) - 1 + \cos(\theta - \theta_2)\} d\theta \right] \frac{Pa^3}{GJ} = \delta_{23} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_{31} = & \left[a(\theta_2) \int_0^{\theta_0} \sin \theta \sin(\alpha - \theta) d\theta - \int_{\theta_2}^{\theta_0} \sin(\alpha - \theta) \sin(\theta - \theta_2) d\theta + k \left\{ a(\theta_2) \int_0^{\theta_0} (1 - \cos \theta)^2 d\theta - \int_{\theta_2}^{\theta_0} \cos(\alpha - \theta) \{1 - \cos(\theta - \theta_2)\} d\theta \right\} \right] \frac{Pa^2}{EI} \\ = & \delta'_{13} \end{aligned}$$

$$\theta'_{31} = \theta'_{33} = \theta'_{13} = \left\{ \int_{\theta_2}^{\theta_0} \sin^2(\alpha - \theta) a d\theta + k \int_{\theta_2}^{\theta_0} \cos^2(\alpha - \theta) a d\theta \right\} \frac{Ta}{EI}$$

$$\delta'_{32} = \theta_{23} = \left[\int_{\theta_2}^{\theta_0} \{a(\theta_1) \sin \theta - \sin(\theta - \theta_1)\} \sin(\alpha - \theta) d\theta + k \int_{\theta_2}^{\theta_0} \{a(\theta_1)(1 - \cos \theta) - 1 + \cos(\theta - \theta_1)\} d\theta \right] \frac{Ta^2}{EI}$$

$$\begin{aligned} \theta_{32} = \delta'_{23} = & \left[\int_{\theta_1}^{\theta_2} a(\theta_2) \sin \theta \sin(\alpha - \theta) d\theta + \int_{\theta_2}^{\theta_0} \{a(\theta_2) \sin \theta - \sin(\theta - \theta_2)\} \sin(\alpha - \theta) d\theta \right] \frac{Pa^2}{EI} \\ & + \left[\int_{\theta_1}^{\theta_2} a(\theta_2) (1 - \cos \theta) \cos(\alpha - \theta) d\theta + \int_{\theta_2}^{\theta_0} \{a(\theta_2)(1 - \cos \theta) - 1 + \cos(\theta - \theta_2)\} \times \cos(\alpha - \theta) d\theta \right] \frac{Pa^2}{GJ} \end{aligned}$$

$$\delta'_{33} = \left[a(\theta_2) \int_{\theta_2}^{\theta_0} \sin \theta \sin(\alpha - \theta) d\theta - \int_{\theta_2}^{\theta_0} \sin(\alpha - \theta) \sin(\theta - \theta_2) d\theta + k \left\{ a(\theta_2) \int_{\theta_2}^{\theta_0} \cos(\alpha - \theta) (1 - \cos \theta) d\theta - \int_{\theta_2}^{\theta_0} \cos(\alpha - \theta) \{1 - \cos(\theta - \theta_2)\} d\theta \right\} \right] \frac{Ta^2}{EI}$$

$$S = S_0 + S_2 X_2 + S_4 X_4$$

$$M = M_0 + M_2 X_2 + M_4 X_4 + M_6 X_6 + M_8 X_8 + M_{10} X_{10}$$

$$T = T_0 + T_1 X_1 + T_2 X_2 + T_3 X_3 + T_4 X_4 + T_5 X_5$$

半径方向に支承を設けた場合には、この弾性方程式において、接線方向の仮想トルク $\bar{X} = 1.0$ を作用させれば半径方向のねじれ角が求まり、支承においてねじれ角は 0。両者を比較した数値計算の結果は当日発表致します。