

金沢大学 正員 吉田 博

1. はしがき

構造部材は一般に製作、運搬、架設の段階で弾性限度とこえた荷重により、塑性変形を受けることが考えられる。一度塑性変形をうけた部材の強度を知ることが重要であり、本研究では梁の両端に弾性限度とこえた、等しく逆向きの曲げをうけた変形した梁の横座屈強度の検討を行った。

弾性限度とこえた矩形ばりおよび工形ばりの横座屈強度については最初 Neal および Horne による¹⁾議論²⁾じられた。その後、Galambos は H 形梁の非弾性横座屈強度上、形鋼の有する残留応力の影響を考慮して、座屈強度が弾性限界に近くで大巾に減少することと指摘した。しかし、これらの論文においては、梁は最初真直であり鉛直たわみはないとしている。鉛直たわみの影響を考慮したものには Clark and Knoll³⁾の研究がある。この論文では矩形梁の横座屈強度についての計算結果を示し、たわみを考慮することによりわずかに座屈強度が増加することと指摘している。H 形断面の梁にたいしては、理論解が示されている。

本研究では、まずウエブ面内で弾性限度とこえる曲げモーメントを受けたうち、逆向きの曲げモーメントを受ける H 形断面の曲げモーメント-曲率関係を導き、一度永久変形をうけた梁の曲げモーメントによる横座屈強度と、鉛直たわみの影響を無視した場合と考慮した場合について計算し比較を行った。

2. 用いた仮定

本研究においては次の仮定を用いた。

- 1) 梁の両支点間には外力は作用しない。
- 2) 梁の横断面形状は座屈直前まで原形と有するものとする。(局部座屈はおこさないものとする。)
- 3) 梁端は単純支持されているものとする。すなわち、ねじりは拘束されているが曲げねじりは拘束されていないものとする。
- 4) 梁の永久変形は弾性限度とこえる等曲げモーメントが両端に互いに逆向きに作用して生じたものとする。また、曲げモーメントの作用時には何らかの拘束で横座屈が生じないものとする。
- 5) 作用曲げモーメントは永久変形が生じたときとは逆向きの等モーメントが両梁端に作用するものとする。
- 6) 梁は矩形断面または H 形断面とし、曲げ剛性は弾性領域のみが有効とする Tangent Modulus Theory によるものとし、ねじり剛性は全断面を有効とする塑性流れ理論によるものとする。
- 7) 鋼材の σ - ϵ 曲線は図-1 に示す理想弾塑性体とする。

3. 曲げモーメント-曲率関係

断面がある曲げモーメントを受けた時、その曲げモーメントが弾性限度内の曲げモーメントであれば、逆向きの曲げモーメントが作用しても同じ曲げモーメント-曲率経路をたどって除荷される。しかし、最初に作用したモーメントが弾性限度とこえる時は、やはり同じ経路をたどって除荷される。

ず、除荷の曲げモーメント、すなわち最初に作用したモーメントとは逆向きの曲げモーメントが弾性限度の曲げモーメントの2倍より小さい範囲では弾性的に除荷され、これ以後はひたひたに非弾性挙動を示す。弾性限度に達する曲げモーメントを受けた断面の除荷に対する曲げモーメント-曲率関係は矩形断面およびH形断面に対し以下のように示される。

1) 矩形断面⁴⁾

(i) 載荷

$$\frac{M}{M_y} = \frac{\phi}{\phi_y} \quad \frac{\phi}{\phi_y} \leq 1.0$$

$$\frac{M}{M_y} = \frac{3}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{3 \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right)^2} \right\} \quad 1.0 \leq \frac{\phi}{\phi_y}$$

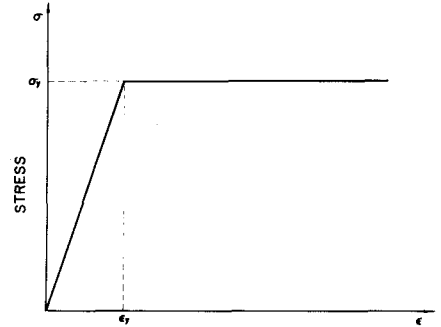
(ii) 除荷

$$\frac{M}{M_y} = \frac{3}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{3 \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right)^2} \right\} + \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right) - \left(\frac{\phi_0}{\phi_y} \right)$$

$$\frac{\phi_0}{\phi_y} - 2 \leq \frac{\phi}{\phi_y} \leq \frac{\phi_0}{\phi_y}$$

$$\frac{M}{M_y} = -\frac{3}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{3 \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right)^2} \right\} + \frac{4}{\left\{ \left(\frac{\phi_0}{\phi_y} \right) - \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right) \right\}^2}$$

$$\frac{M}{M_y} = -\frac{3}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{3 \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right)^2} \right\}$$



IDEALIZED STRESS-STRAIN DIAGRAM

図 - 1

$$-\frac{\phi_0}{\phi_y} \leq \frac{\phi}{\phi_y} \leq \frac{\phi_0}{\phi_y} - 2$$

$$\frac{\phi}{\phi_y} \leq -\frac{\phi_0}{\phi_y}$$

2) H形断面

(i) 載荷⁵⁾

$$\frac{M}{M_y} = \frac{\phi}{\phi_y}$$

$$\frac{\phi}{\phi_y} \leq 1.0$$

$$\frac{M}{M_y} = \frac{bd^2}{4S} \left\{ 1 - \frac{1}{3 \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right)^2} \right\} + \frac{\phi}{\phi_y} \left(1 - \frac{bd^2}{6S} \right)$$

$$1.0 \leq \frac{\phi}{\phi_y} \leq \frac{d}{d-2t}$$

$$\frac{M}{M_y} = \frac{S}{S} - \frac{wd^2}{12S \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right)^2}$$

$$\frac{d}{d-2t} \leq \frac{\phi}{\phi_y}$$

(ii) 除荷

$$\frac{M}{M_y} = \frac{M_0}{M_y} - \left(\frac{\phi_0}{\phi_y} \right) + \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right)$$

$$\frac{\phi_0}{\phi_y} - 2.0 \leq \frac{\phi}{\phi_y} \leq \frac{\phi_0}{\phi_y}$$

$$\frac{M}{M_y} = \frac{M_0}{M_y} - \frac{2bd^2}{S} \left\{ \left(\frac{\phi_0}{\phi_y} \right) - \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right) - 1.0 \right\} \left\{ \left(1.0 - \frac{t}{d} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{3-4\frac{t}{d}}{6-6\frac{t}{d}} \right) \frac{t}{d} + \frac{w}{2b} \left(2 - \frac{t}{d} \right) \right.$$

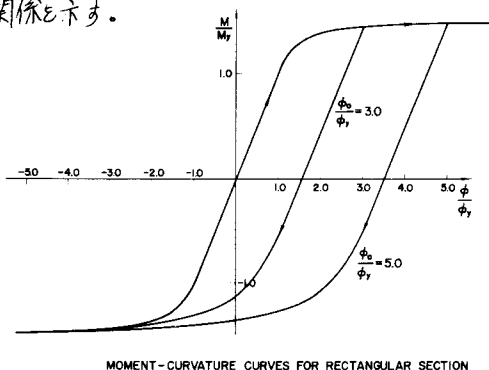
$$\left. + \frac{bd^2}{4S \left\{ \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right) - \left(\frac{\phi_0}{\phi_y} \right) \right\}^2} \left[4.0 + 2.0 \left\{ \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right) - \left(\frac{\phi_0}{\phi_y} \right) \right\} - \left\{ \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right) - \left(\frac{\phi_0}{\phi_y} \right) \right\}^2 - \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right) - \left(\frac{\phi_0}{\phi_y} \right) \right\}^3 \right] - 1.0 \right.$$

$$\frac{\phi_0}{\phi_y} - \frac{2d}{d-2t} \leq \frac{\phi}{\phi_y} \leq \frac{\phi_0}{\phi_y} - 2.0$$

$$\begin{aligned} \frac{M}{M_y} = & \frac{M_0}{M_y} - \frac{2bd^2}{5} \left\{ \left(\frac{\phi_0}{\phi_y} \right) - \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right) - 1.0 \right\} \left\{ \left(1.0 - \frac{t}{d} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{3-4\frac{t}{d}}{6-6\frac{t}{d}} \frac{t}{d} \right) \frac{t}{d} + \frac{2}{3} \frac{w}{b} \left(\frac{1}{2} - \frac{t}{d} \right) \right\} \\ & + \frac{2bd^2}{5} \left[\left\{ \left(\frac{\phi_0}{\phi_y} \right) - \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right) \right\} \left(1 - \frac{t}{d} \right) - 2.0 \right] \left[\frac{1}{2} - \frac{\left\{ \left(\frac{\phi_0}{\phi_y} \right) - \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right) \right\} (3-4\frac{t}{d}) - 6}{6 \left\{ \left(\frac{\phi_0}{\phi_y} \right) - \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right) \right\} (1 - \frac{t}{d}) - 2} \frac{t}{d} \right] \frac{t}{d} \\ & + \frac{bd^2}{85 \left\{ \left(\frac{\phi_0}{\phi_y} \right) - \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right) \right\}^2} \frac{w}{b} \left[\left\{ \left(\frac{\phi_0}{\phi_y} \right) - \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right) \right\} \left(1 - 2\frac{t}{d} \right) - 2.0 \right] \left\{ \left(\frac{\phi_0}{\phi_y} \right) - \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right) \right\} \left(1 - 2\frac{t}{d} \right) + 2.0 \right] - 1.0 \\ & - \frac{\phi_0}{\phi_y} \leq \frac{\phi}{\phi_y} \leq \frac{\phi_0}{\phi_y} - \frac{2d}{d-2t} \end{aligned}$$

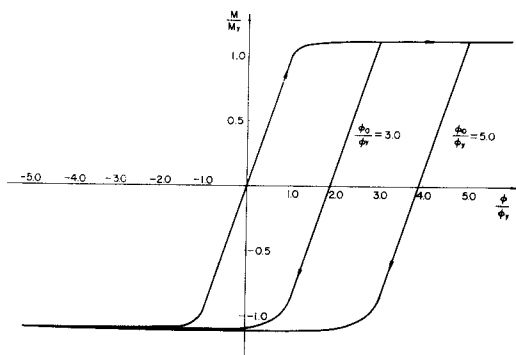
ここに、 M は作用曲げモーメント、 M_0 は最初に作用した曲げモーメント、 ϕ は曲げモーメント M に対する曲率、 ϕ_0 は曲げモーメント M_0 に対する曲率、 M_y は降伏モーメント、 ϕ_y は降伏曲率、 d 、 b 、 w 、 t はそれぞれH形断面の高さ、フランジ巾、ウェブ厚さおよびフランシ厚さである。

図-2および図-3は矩形断面およびH形断面の $\phi_0/\phi_y = 3.0, 5.0$ に対する曲げモーメント-曲率関係を示す。



MOMENT-CURVATURE CURVES FOR RECTANGULAR SECTION

図-2



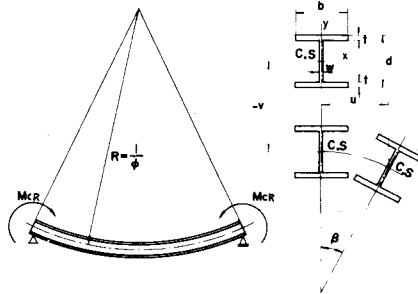
MOMENT-CURVATURE CURVES FOR H-SECTION

図-3

3. 横座屈強度

図-4のような座屈後の微小変位に対するつり合いの微分方程式は曲率を考慮する2次式で示される。

$$\begin{aligned} \beta M_0 &= EI_y \left(\frac{\beta}{R} - \frac{d^2 u}{dz^2} \right) \\ M_0 &= EI_x \left(\frac{v}{R^2} + \frac{d^2 v}{dz^2} \right) \\ M_0 \frac{du}{dz} + C_w \frac{d\beta}{dz} &= C \left(\frac{d\beta}{dz} + \frac{1}{R} \frac{du}{dz} \right) \end{aligned}$$



POSITION OF CROSS SECTION

図-4

ここに、 M_0 は作用モーメント、 I_x 、 I_y は2軸、 y 軸に関する断面2次モーメント、 u 、 v は z 、 y 方向の変位

β は断面の回転角、 $1/R$ は梁の曲率、 $C = GI_T$ 、 C_w は断面のねじれ剛性および曲げねじれ剛性である。

3. 仮定の境界条件で座屈モーメントを求めると

$$\left(\frac{M_0}{M_y} \right)_{cr} = \frac{k_1 EI_y + C}{2 EI_x} \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right) + \sqrt{\left(\frac{k_1 EI_y - C}{2 EI_x} \right)^2 \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right)^2 + \frac{k_1 k_2 \pi^2 D r^4}{4 E I_y (\phi_y)^4} \left(\frac{d}{k_2} \right)^4 \left(\pi^2 \frac{C_w}{I_y^2 C} + \left(\frac{l}{k_2} \right)^2 \right)}$$

ここに, $D_1 = K_1 / Ad^2$, A は断面面積, K_1, K_2 は x 軸, y 軸に関する断面2次半径, E_y は降伏ひずみであり, K_1, K_2 は断面内に発生する塑性領域による y 軸まわりの曲げ剛性および曲げねじり剛性の減少率であり, 次式で示される。

$$K_1 = K_2 = 1.0$$

弾性範囲内

$$K_1 = \frac{1}{\epsilon} \left\{ \epsilon - \frac{d}{2} + \frac{d}{\left(\frac{\phi_0}{\phi_y}\right) - \left(\frac{\phi}{\phi_y}\right)} \right\}$$

$$K_2 = \frac{K_1}{(d - \epsilon)^2} \left\{ \frac{d}{2} - \epsilon + \frac{d}{\left(\frac{\phi_0}{\phi_y}\right) - \left(\frac{\phi}{\phi_y}\right)} \right\}^2$$

弾塑性域内

上式より, $C_w = 0$ とおけば矩形断面に対する式となり, $\phi/\phi_y = 0$ とおけば曲率をひねりたわみの影響を無視したものとなる。曲げモーメント-曲率関係式と上式を連立し解いて座屈曲げモーメントを計算することが出来る。図-5は断面の高さが y の10倍の矩形断面について, $\phi/\phi_y = 0, 3.0$ および 5.0 に対しての計算結果を示したものである。矩形断面に対しては Clark and Knoll が指摘したようにたわみの影響は無視出来る。

しかし, $\phi/\phi_y = 5.0$ の場合には $\phi/\phi_y = 0$ と比較して, 約最高9%強度が減少する。

H形断面に対する計算結果は且下検討中であり, 諸君当日発表の予定である。

尚, 本研究において, 御指導, 御助言をいただきました名古屋大学橋本助教授へ心から感謝いたします。

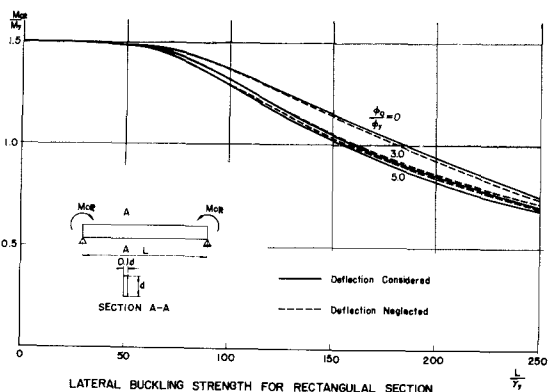


図-5

4. 参考文献

- 1) Baker, J., Horne, M.R. and Heyman, J.: "The Steel Skeleton" Cambridge University Press, 1965
- 2) Galambos, T. V.: "Inelastic Lateral Buckling of Beams" Proceedings of ASCE, ST5, October, 1963
- 3) Clark, J.W. and Knoll, A.H.: "Effect of Deflection on Lateral Buckling Strength" Proceedings of ASCE, EM2, April, 1958
- 4) Hodge, P.G.: "Plastic Analysis of Structures" McGraw Hill, New York 1959
- 5) 木原 博: "塑性設計法" 森北出版 昭和35年
- 6) Timoshenko, G. S. and Gere, J. M.: "Theory of Elastic Stability" McGraw Hill New York, 1961
- 7) Galambos, T. V.: "Structural Member and Frames" Prentice Hall, 1968