

北海道開発局土木試験所 正員 井藤 昭夫

1. まえがき

本文はI型断面の桁の横倒れ挫屈について横方向を棒(横構)により拘束された場合を検討したものである。

一般に桁の横倒れ挫屈の計算にはフランジ固定長間として横桁や横構取付長間としているが、これら横桁や横構の断面性状や剛性を考慮に入れず横方向力を拘束するものとしている。

しかしこれら横方向力を拘束するものの断面性状などにより桁の横倒れ挫屈荷重の大きさが左右されるものと考えられる。ここでは横構の作用を考慮した単純支持の桁の横倒れ挫屈荷重を求める算式を誘導し、あわせて模型実験を行いその妥当性を検討したものである。

なお載荷方式としては桁の支間中央に集中載荷する場合につき計算し、後にアクリル模型を使用して実験を行った。

2. 横倒れ挫屈荷重の計算

計算の仮定として横構は支間中央に1本のみとする。横構は桁の横倒れ挫屈による横方向力によって降伏しない。かつ横構は主桁に対して対称に配置されているが主桁の横倒れ挫屈により一方は挫屈を起こす。即ち圧縮力には抵抗しないとした。また桁は等断面で上下フランジの中厚は等しいとした。

そこで挫屈波形を
$$\rho = a_1 \cos \frac{\pi z}{l} + a_2 \cos \frac{3\pi z}{l} + \dots (1)$$

とし、近似計算として第1項のみを考慮した。

横倒れ挫屈の状態を図1に示した。

2-1. 主桁1本の場合(図2)

横荷重のなす仕事はポテンシャルエネルギーの

減少 T と歪エネルギー V が等しい。したがって、

支間を l 、支間中央から支間方向に z 軸をとれば

$$T = \int_0^{\frac{l}{2}} (P\rho - X) \frac{d^2 u}{dz^2} \left(\frac{l}{2} - z \right) dz + \frac{Pa_1^2 h}{4} - h' Pa_1^2 \alpha + \frac{X^2 H}{2AE} \dots (2)$$

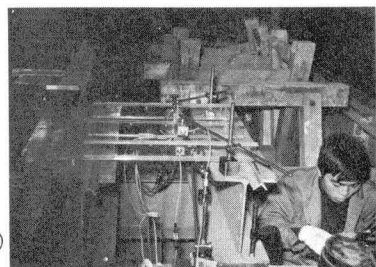
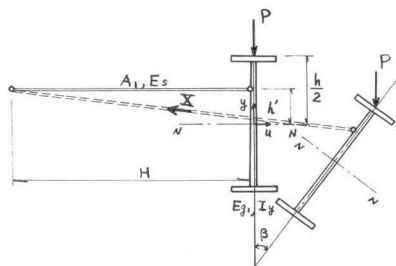
$$V = E_g I_g \int_0^{\frac{l}{2}} \left(\frac{d^2 u}{dz^2} \right)^2 dz + G_g J_T \int_0^{\frac{l}{2}} \left(\frac{d\rho}{dz} \right)^2 dz + E_g C_{bd} \int_0^{\frac{l}{2}} \left(\frac{d^2 \rho}{dz^2} \right)^2 dz \dots (3)$$

(2)式で X 、 α は仕事の式より

$$X = \frac{Pa_1}{1 - \frac{4\theta E_g I_g H}{A E_s l^3}} = P\alpha a_1, \quad \alpha = \frac{1}{1 + \frac{4\theta E_g I_g H}{A E_s l^3}} \dots (4)$$

$$\text{また } \frac{d^2 u}{dz^2} = \frac{P}{2E_g I_g} (\rho - \alpha a_1) \left(\frac{l}{2} - z \right) \dots (5)$$

なお $E_g I_g$ 、 $G_g J_T$ 、 $E_g C_{bd}$ はそれぞれ主桁(載荷桁)の曲げ、ネジリ、曲げネジリ剛性であり A 、 E_s は、横構の断面積、弾性係数である。



模型実験

したがって(5)式と(2)式、(3)式に代入すると、 T 、 V はそれぞれ次式となる。

$$T = \frac{P^2 a_1^2}{2 E_g I_g} \left(\frac{l}{\pi} \right)^3 \left\{ \frac{\pi^3}{24} \alpha^2 - 2(\pi-2)\alpha + \frac{\pi^3}{48} + \frac{\pi}{8} \right\} + \frac{P a_1^2 h}{4} \left(1 - \frac{4h\alpha}{h} \right) + \frac{P^2 a_1^2 \alpha^2 H}{2 A E_s} \dots\dots\dots (6)$$

$$V = \frac{P^2 a_1^2}{2 E_g I_g} \left(\frac{l}{\pi} \right)^3 \left\{ \frac{\pi^3}{48} \alpha^2 - (\pi-2)\alpha + \frac{\pi^3}{96} + \frac{\pi}{16} \right\} + \frac{\pi}{4} G_g J_T \left(\frac{\pi}{l} \right) a_1^2 + \frac{\pi}{4} E_g C b d \left(\frac{\pi}{l} \right)^3 a_1^2 \dots\dots\dots (7)$$

故に $T = V$ とすれば P に関する2次方程式となり、これを解けば横倒れ挫屈荷重 P が求まる。

$$P = \frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{E_g I_g G_g J_T}{F(\alpha)}} \sqrt{1 + \frac{E_g C b d (\pi^2/l^2)}{G_g J_T}} \left\{ \sqrt{1 + \frac{\pi (h/l)^2 (I_g/J_T)}{F(\alpha) (\frac{G_g}{E_g} + \frac{\pi^2 C b d}{l^2 J_T})}} - \sqrt{\frac{\pi}{8}} \left(\frac{h}{l} \right)^2 \left(\frac{I_g}{J_T} \right) \frac{(1 - \frac{4h\alpha}{h})^2}{F(\alpha) (\frac{G_g}{E_g} + \frac{\pi^2 C b d}{l^2 J_T})} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ここに $F(\alpha) = \frac{\pi^3}{48} \left(1 - \frac{E_g}{E_s} \right) \alpha^2 + \left(\frac{\pi^3}{48} \frac{E_g}{E_s} + 2 - \pi \right) \alpha + \frac{\pi}{16} \left(1 + \frac{\pi^2}{6} \right)$ である。

2-2. 主桁3本の場合(図3)

この場合は α のみが変化するだけである。

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{I_{g1}}{I_{g2}} + \frac{48 E_g I_{g2} H}{A E_s l^3}} \dots\dots\dots (9)$$

2-3. 主桁3本で横構が図4の場合

この場合は X_1 、 X_2 のみが拘束力となる。

X_1 のみの場合は

$$\alpha = \frac{\sec \theta}{1 + \frac{I_{g1}}{I_{g2}} + \frac{48 E_g I_{g2} H}{A E_s l^3}} \dots\dots\dots (10)$$

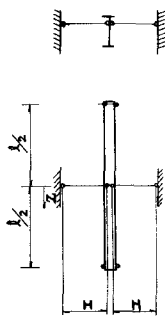


図 2
case.1.

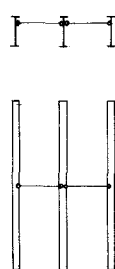


図 3
case.2.

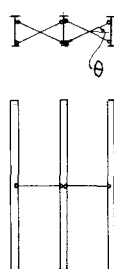


図 4
case.3.

3. 数値計算例と模型実験

数値計算は図2~4の様式について行い、同時にアクリル模型による実験を行った。各々の載荷桁の断面寸法は表に示した。なお P で()内は実験値であるが、模型がアクリル製であるため伸びが少く挫屈を起こすと急激に破壊してしまうので、一応この時の破壊荷重と挫屈荷重とした。

なお case 1~3 で横構のない場合の横倒れ荷重は約27kg、曲げ破壊荷重は約260 kgである。

表. 桁の断面寸法と横倒れ挫屈荷重

	l	H	h	h'	$E_g I_{g1}$	$G_g J_T$	$E_g C b d$	α	$F(\alpha)$	P
	cm	cm	cm	cm	kg cm ⁴		kg cm ⁴			
case 1.	50	30	5.211	0.865	$3 \times 10^4 \times 0.57752$	$1.09 \times 10^4 \times 0.07696$	$3 \times 10^4 \times 4.44231$	0.99289	0.02273	98.8, 036(実) (106) 計 1.081
・ 2.	50	21	5.595	2.098	$3 \times 10^4 \times 0.67033$	$1.09 \times 10^4 \times 0.07834$	$3 \times 10^4 \times 4.65270$	0.49034	0.11717	64.18 (73) 1.137
・ 3.	50	22.2	5.625	2.400	$2.83 \times 10^4 \times 0.71994$	$7.02 \times 10^4 \times 0.08877$	$2.83 \times 10^4 \times 5.02334$	0.87027	0.01610	94.48 (104) 1.101

4. あとがき.

横構が支間中央に1本ある場合で支間中央に集中載荷する場合の横倒れ挫屈荷重を計算し、横構の作用を検討すると、上記の表のとうり挫屈荷重は横構の取付けにより大きく増加することがわかる。

(case 1~3 で桁のみでは横倒れ挫屈荷重は約27kgである)

したがってI型断面の桁の横倒れ挫屈荷重は横方向力と拘束する横構の断面性状、取付方法などにより左右される。まに挫屈波形 β を(1)式で第1項のみと仮定しにが実験の結果では充分と考えられる。