

名古屋大学 工学部 学生員 ○梶田建夫

名古屋大学 工学部 正 員 川本健万

1. まえがき

先のオスロ四年次学術講演会において、著者らは、「脆性材料の一軸圧縮試験における端面拘束の影響について」と題して、円柱状脆性材料の一軸圧縮強度に対する有限要素法の応用について報告した。ここでは、同じ手法を用いた円柱状脆性材料の端面における局部的な荷重に対する強度の問題に適用し、破壊状態および支圧強度と数値実験と検討した。また、ここで用いられる有限要素法による解析では、その精度を高めるために、三節点三角形要素だけでなく、六節点三角形要素をも用いた場合についても計算し、両要素による計算結果の比較をおこなった。

2. 支圧強度の計算

局部荷重をうけるコンクリート等の材料の支圧強度が、全面積と支圧面積との比で、供試体の寸法などの影響をうけることは、種々の文献に示されている。ここでは、つぎのような場合について計算をおこなった。すなわち、円柱の端面は15cmとし、高さ h 、それぞれ30cm, 22.5cm, 15cm, 7.5cmの各供試体で、支圧面の半径が7.5cm, 5.5cm, 3.5cm, 1.5cmである場合と考え、計16ケースのうち、主なものを計算をおこなった。その一部として、図-1, 2, 3に高さ $h=15$ cmで、支圧面の半径が1.5cm, 3.5cm, 5.5cmとした場合の塑性域のひろがりを示す。これは、各支圧面を漸次変位増加させた場合のものである。漸増法による非線形解析については、前報告に示されているのでここではふれず、降伏条件式としては、つぎのようなものを用いた。すなわち、図-4に示されるように、引張領域では、Griffithの理論によるMohrの包絡線を用い、圧縮領域では、粘着力 $C=2\sigma_c$ (σ_c :材料の引張強度)、摩擦角 $\phi=45^\circ$ のMohr-Coulombの包絡線を用いた。支圧面の摩擦については、一軸圧縮試験の場合に端面の摩擦抵抗がかなり大きく、これを考慮した場合と、端面を拘束した場合とは、ほぼ同じような状態であると見做し、支圧強度試験の場合には、より拘束さ

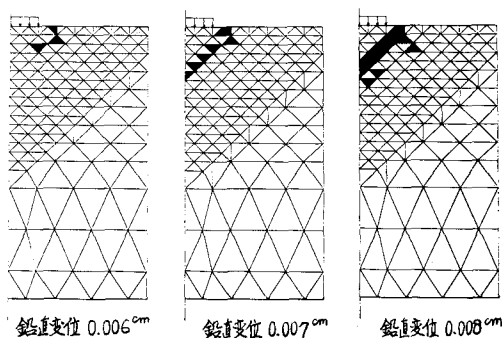


図-1

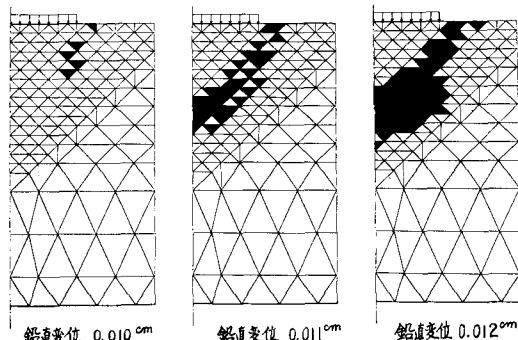


図-2

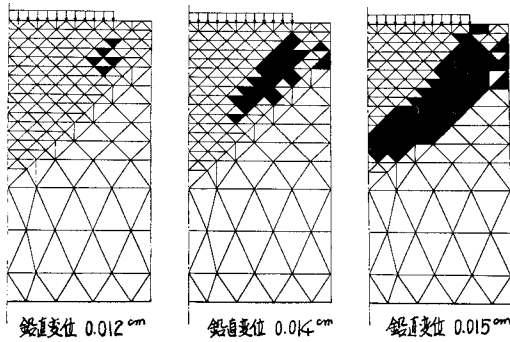


図-3

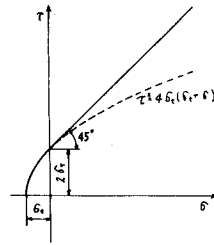


図-4

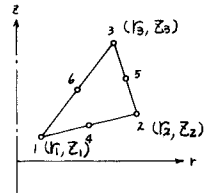


図-5

れに状態であると考えられることより、この計算では、支圧面ご水平方向変位が固定されているとした。

3. 六節点三角形要素について

有限要素法による解析において、平面応力問題や、軸対称問題で一般に用いられる要素は、要素内で応力・ひずみが一様であるものである。このため、応力集中の問題などでは、要素の形状や、分割によりかなり結果が異なることが予想されている。2でおこなった計算でも、降伏する要素は、要素の分割により影響をうけているものではないかと思われる。このように、要素内で応力一様とすると、いろいろな不都合な問題が生じるため、要素内で応力が線形に変化するようにして六節点三角形要素を考える。

平面応力問題での六節点三角形要素を用いた解析は、文献(2)(3)に示され、精度のよい結果が得られている。軸対称問題でのこの要素の剛性行列はつぎのように示される。

$$[K] = 2\pi [B]^T [D] [B]$$

ここで、

$$[B] = \begin{bmatrix} U & 0 \\ 0 & V \\ W & 0 \\ V & U \end{bmatrix}$$

$$U = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} 3b_1 & -b_2 & -b_3 & 4b_2 & 0 & 4b_3 \\ -b_1 & 3b_2 & -b_3 & 4b_1 & 4b_3 & 0 \\ -b_1 & -b_2 & 3b_3 & 0 & 4b_2 & 4b_1 \end{bmatrix}$$

V は U のうちの b と

a に代えたもの。

$$W = \begin{bmatrix} \frac{1}{r_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r_3} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$a_1 = r_3 - r_2, \quad b_1 = z_2 - z_3$$

$$a_2 = r_1 - r_3, \quad b_2 = z_3 - z_1$$

$$a_3 = r_2 - r_1, \quad b_3 = z_1 - z_2$$

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} Q & \frac{\nu}{1-\nu} Q & Q & \text{symmetric} \\ \frac{\nu}{1-\nu} Q & \frac{1}{1-\nu} Q & Q & \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} Q \end{bmatrix}$$

$$Q = \frac{1}{60} \begin{bmatrix} 6r_1 + 3r_2 + 3r_3 & \text{symmetric} \\ 3r_1 + 3r_2 + r_3 & 3r_1 + 6r_2 + 3r_3 \\ 3r_1 + r_2 + 3r_3 & r_1 + 3r_2 + 3r_3 & 3r_1 + 3r_2 + 6r_3 \end{bmatrix}$$

この剛性行列を用いた解析結果、および、この要素を用いた非線形解析については、当日発表の予定である。

参考文献 (1) 藤井 孝, 軽量コンクリートの支圧強度, 材料, 第18巻, 第185号

(2) Fellpa, C.A., Refined Finite Element Analysis of Linear and Nonlinear Two-Dimensional Structure

(3) 藤野 勉, 有限要素法による連続体解析, 三菱重工技報 Vol. 2, 1969