

国鉄・鉄道技術研究所 正員 佐藤吉彦

1. まえがき 鉄道車両の輪重変動は、軌道および車両走行装置の劣化に密接な関係があり、その特性を明らかにするべき重要な問題であるが、この問題に関する従来の研究は実測によるものか、理論による場合は経験等独立した狂いに対するものか、周波数レスポンス関数を求めるにとどまり、軌道狂い、車両特性値、走行速度等の因果関係を明らかにした総合的な研究はなされていない。いままでこの研究が進み得なかった理由は、従来の軌道および車両のモデルでは、輪重変動に関する Fourier 逆変換をもとめられた際に、その積分が発散してしまうことによる。

この点に着目して検討した結果、軌道に存在する高低狂いの特性に若干の妥当と考えられる仮定を設ければ、この困難を脱却できることが知られた。以下これらの結果について報告する。

2. 輪重変動計算のための基本モデル 輪重変動と詳細に検討するためには、前後輪軸の相間作用等についても考慮しなければならないのであるが、本問題実と概略の特性を明らかにするためにには、右図に示すような一軸モデルを用いればよい。ここでレールの長さを限定しているのは、レールにおける横波の伝播速度が通常の軌道の場合 $1200 \sim 1800 \text{ km/h}$ で、 200 km/h 程度までの走行速度であれば、静的の場合と大きく異なることはないからである。

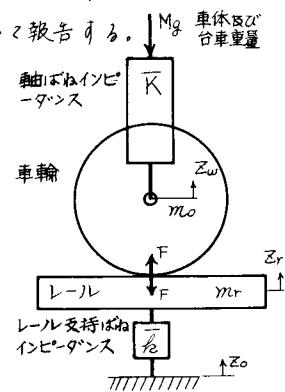
この系に高低狂いを与える場合、国松はこれを輪軸変位とレール変位の差 $Z_w - Z_r$ としている。このような与え方は波状摩耗あるいはバッターのように、レールの中立軸にはほとんど変位を生じず、その接触点においてのみ変位を生じる場合には正しいのであるが、通常の意味の高低狂いに対する場合は正しくない。といふのは、高低狂いは無載荷状態でも存在しているのであるが、上記の場合にはこのような現象を説明できないからである。これらのこと考慮し、筆者は、高低狂いをレールの支点に与え、さらにレールの剛性および支持系によるフィルター効果とも考慮することとした。

以上を結合すると、この系を支配する微分方程式は、

$$m_o \frac{d^2 Z_w}{dt^2} = -K Z_w + F \quad \dots \dots (a), \quad m_r \frac{d^2 Z_r}{dt^2} = -k_r (Z_r - Z_w) - F \quad \dots \dots (b)$$

ただし、 m_o —車輪質量、 Z_w —車輪変位、 K —軸ばねインピーダンス、 F —車輪とレールの間に働く力、 m_r —換算レール質量、 Z_r —車輪直下のレールの変位、 k_r —レール支持ばねインピーダンス、 Z_0 —レール支点の変位と表わされる。ここで、ばねインピーダンスには、ばねのほかダッシュポットおよび質量の効果も含むものとする。

この系でレールと車輪は密着しており、かつ走行中に離れることがないとすれば、この車輪とレールの間に働く力を表わした輪重変動の周波数レスポンス関数はつぎのようにならうと表わされる。



計算のための基本モデル

$$\Delta F = \frac{\bar{K}(\bar{K} - m_0 \omega^2)}{\bar{K} + \bar{K} - (m_0 + m_r) \omega^2} \cdot z_0 \quad (2)$$

ただし、 ω —円振動数 (sec⁻¹)

3. 軌道高屈狂いによる輪重変動 以上から、高屈狂いによる輪重変動率の自己相関関数を求める

$$C_{rr}\left\{ \frac{\Delta F}{F} \right\} = \frac{1}{(M+m_0)^2 g^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\bar{K}(\bar{K} - m_0 \omega^2)}{\bar{K} + \bar{K} - (m_0 + m_r) \omega^2} \right] \left[\frac{\bar{K}(\bar{K} - m_0 \omega^2)}{\bar{K} + \bar{K} - (m_0 + m_r) \omega^2} \right] P_w(z_0) e^{j\omega t} d\omega \quad (3)$$

ただし、 M —車体および台車の質量、 g —重力加速度、 $P_w(z_0)$ —高屈狂いのパワースペクトラムとなる。この式で、高屈狂いについては特性が明らかでなかったので、振動数に関して一定として解析が行われた。このようにすると、軸ばねダンパーがない場合でも、振動数が上ると左および右は一定値に近づき、(1)の積分のカッコ内に一定値が残るのを、この積分は発散することとなる。

4. 高屈狂いの特性 この高屈狂いのパワースペクトラムについて具体的に検討すると、波長の長い領域（たとえば波長4~50m以上）においては、その管理のための検知性能から波長の4乗に比例、つまり距離振動数の4乗に逆比例して減少する可能性があるが、これ以下の通常問題となる波長の部分を含め実状としては、波長の2乗に比例、つまり距離振動数の2乗に逆比例して減少する。また、この高屈狂いのパワースペクトラムについては、これにさらにレールの剛性によるフィルター効果を考慮、次のように表わすこととする。

$$P_w(z_0) = \frac{A}{\omega_x^2 (1 + \frac{EI}{K} \omega_x^4)} \quad (4)$$

ただし、 $P_w(z_0)$ —高屈狂いのパワースペクトラム、 A —高屈狂いの大きさを表す係数、 ω_x —距離 円振動数、 EI —レールの剛性、 K —レールの分布支持ばね係数

この式で具体的な値として $A = 0.004 \text{ cm}^2/\text{m}$ という値をとり、このときの高屈狂いと10m弦の正矢を測ってみると、その標準偏差は3.4mmとなる。この値は、狂いがこの程度になれば、整正計画を立ちろ考えろ、といふ程度の値である。

5. 輪重変動の計算例 簡単なモデルとして、コンクリート基礎に剛結されたレール上を車体が車輪に剛結されているトロッコのような車両が走行する場合を考える。この場合は $\bar{K} \rightarrow \infty$ 、 $\bar{K} = -M\omega^2$ となるが、高屈狂いは剛結前にレールの剛性によって(4)式の分布とともに考えられるから、これを(3)式に代入すると、つぎのように表わせることになる。

$$C_{rr}\left\{ \frac{\Delta F}{F} \right\} = \int_{-\infty}^{\infty} -(m_0 + M)(\omega_x V)^2 \cdot \frac{A}{\omega_x^2 (1 + \frac{EI}{K} \omega_x^4)} e^{-j\omega_x V t} V d\omega_x \quad (5)$$

ただし、 V —走行速度

この式を用いた輪重変動率に関する計算結果のうち、特に走行速度100km/hの場合の標準偏差を求めてみると、4.12となる。ところが、たとえばこの輪重変動が0.4の範囲におけることと考えると、速度13.3km/hにとどめるとか、高屈狂いと上記の値の1/10とあるとか、あるいはその組合せによるとか等の処置を必要とすることがわかる。

[文献] 国鉄正倅「鉄道車両のばね下質量軽減の動力学的効果に関する研究」鉄業資11-24,昭29.12