

京都大学 工学部 正員 丹羽義次

京都大学 工学部 正員 小林昭一

京都大学 大学院 学生員 横田和男

1. まえがき

梁の衝撃時挙動に関しては、従来から幾多の研究が発表されている。特に梁に横衝撃荷重が加った場合については、Bernoulli-Euler Beam や 回転慣性および剪断変形の影響をも考慮した Timoshenko Beam など、いろいろなモデルが考えられており、それらについての数値計算例も多い。しかしながら、これらの理論は全て梁を1次元的に考えており、梁の高さ-スパン比が大きい場合に適用するには、いろいろ問題が多い。また、この問題は、動光弾性実験を中心として実験的にも多くの研究が行なわれているが、光弾性実験では主応力差のみしか求めることが出来ないという欠点があり、内部の応力状態については、あまり知られていない。

本研究は、直接的な数値解法として、差分法を採用し単純梁に横衝撃が加った場合の梁の過渡応力状態を求め、これをもとに梁の衝撃特性を検討したものである。

2. 解析手法

物体力の作用しない2次元問題(平面歪)の場合、一様な連続体の変位に関する運動方程式は次のようになる。

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot u + \mu \nabla^2 u \quad \text{----- (1)}$$

ここで u は変位ベクトル、 λ, μ は Lamé の定数、 ρ は密度である。

微分商を中央差分で正確度が2であるような差分商におきかえると(1)式は次のようになる。

$$\begin{aligned} u_{i,j,k+1} - 2u_{i,j,k} + u_{i,j,k-1} = & C_1^2 \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^2 (u_{i+1,j,k} - 2u_{i,j,k} + u_{i-1,j,k}) \\ & + (C_1^2 - C_2^2) \frac{\Delta t^2}{4\Delta x \Delta y} (v_{i+1,j+1,k} - v_{i-1,j+1,k} + v_{i-1,j-1,k} - v_{i+1,j-1,k}) \\ & + C_2^2 \left(\frac{\Delta t}{\Delta y} \right)^2 (u_{i,j+1,k} - 2u_{i,j,k} + u_{i,j-1,k}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{i,j,k+1} - 2v_{i,j,k} + v_{i,j,k-1} = & C_1^2 \left(\frac{\Delta t}{\Delta y} \right)^2 (v_{i,j+1,k} - 2v_{i,j,k} + v_{i,j-1,k}) \\ & + (C_1^2 - C_2^2) \frac{\Delta t^2}{4\Delta x \Delta y} (u_{i+1,j+1,k} - u_{i-1,j+1,k} + u_{i-1,j-1,k} - u_{i+1,j-1,k}) \\ & + C_2^2 \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^2 (v_{i+1,j,k} - 2v_{i,j,k} + v_{i-1,j,k}) \end{aligned}$$

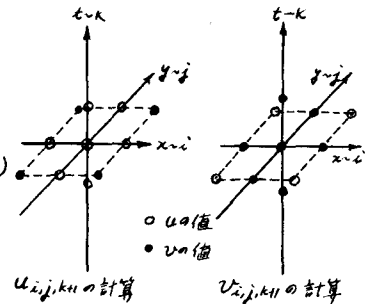


図 1

ここで $\Delta t, \Delta x, \Delta y$ はそれぞれ t, x, y 軸方向の増分、

C_1, C_2 はそれぞれ縦波、横波の速さ、 $u_{i,j,k}$ は $t = k\Delta t$ 時間の点 $(i\Delta x, j\Delta y)$ の x 方向の変位、 $v_{i,j,k}$ は同様の y 方向の変位である。

差分方程式の解が、もとの微分方程式の解に収束するかどうかといった差分方程式の収束性や安定性については、近年多くの研究が発表されている。特に、ここで取り扱った双曲型の偏微分方程式を差分法で解く問題では、解の安定性は本質的に時間軸の増分と空間軸の増分の比に影響され、この比によつては、解は振動したり、発散したりすることが知られている。ここでは Lax, Richtmyer の安定性の理論を適用し、

それにもとづいて、先に述べた差分方程式について安定性の計算をおこなった。この結果安定性の条件は $\Delta z = \Delta y$ の時 $(\frac{\Delta t}{\Delta z})^2 < \frac{1}{2(C_1^2 + C_2^2)}$ である。

3. 数値計算例

単純梁(スパン l , 高さ h)中央に衝撃荷重が作用した場合の過渡応力状態の例を図3~5に示す。図3は縦波が梁の下側にはまだ到達してない状態を示し、縦波の先端は載荷点を中心とした円弧上にあることがわかる。また梁の上側では表面波の影響により主応力方向が乱れている。図4は同時刻における等主応力差線図(光弾性実験に於ける等色線図と相似)を示した。図5は荷重が最大値となった瞬間の主応力状態を示したものである。結果の詳細は当日発表する予定である。

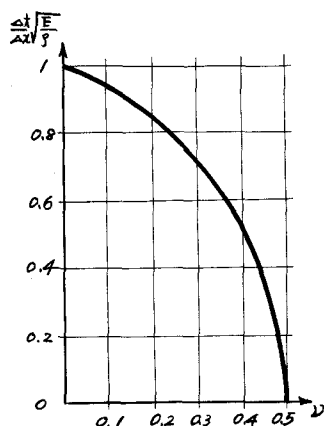


図2 安定性の条件

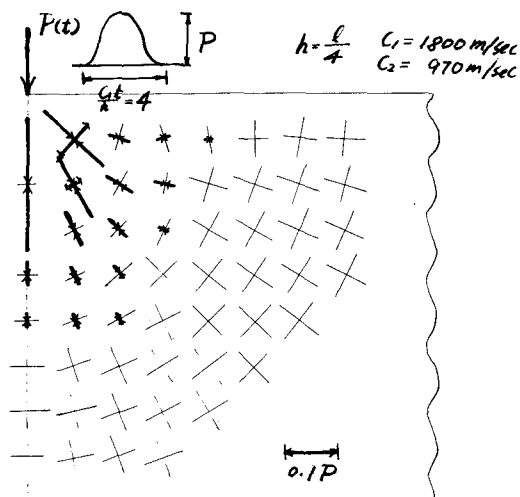


図3 $\frac{C_1 t}{h} = 0.8$ の時の主応力図

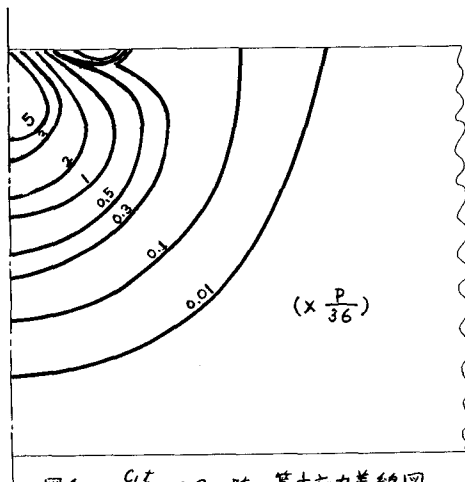


図4 $\frac{C_1 t}{h} = 0.8$ の時の等主応力差線図

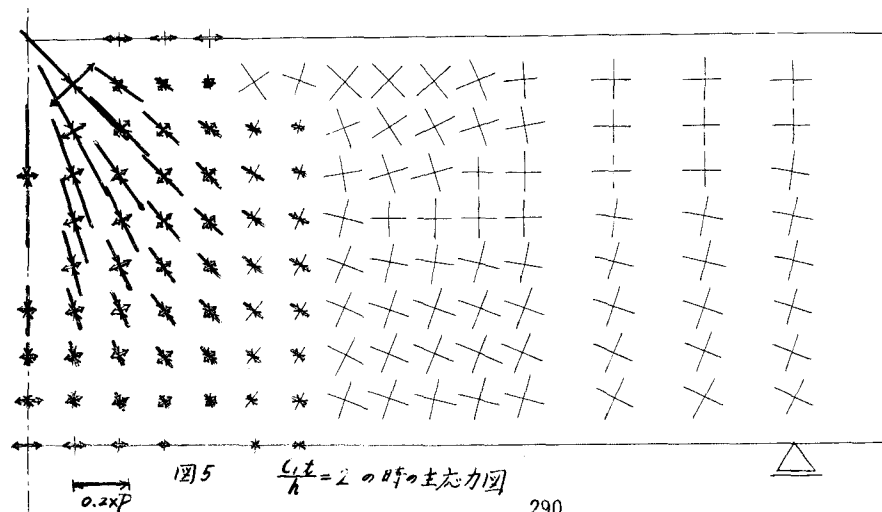


図5 $\frac{C_1 t}{h} = 2$ の時の主応力図