

熊 本 大 学 正 員	吉 村 虎 蔵
高 田 機 工 正 員	田 久 英 明
熊 本 大 学 正 員	○ 田 中 重 範
彦 泊 鶴 城 高 校	庄 司 清 美

最近各地において、30～60m高の橋脚を持つ、いわゆるフレキシブル高橋脚の連続橋梁の設計、あるいは架設が行われている。これらの形式の橋梁は従来、本邦では見られなかった構造形式であり、その橋軸と直角方向の耐震性あるいは地震時の挙動の研究は特に重要であると考えられる。この震度法式による静的応答と比較する目的で、平均応答スペクトルを用いた動的解析を行った研究成果について報告する。固有値解析にあたっては、動的結合法⁽¹⁾と集中質量法の2法を用いて両者を比較し、また応答スペクトルは、本邦地震記録によって作成された平均速度応答スペクトル⁽²⁾を用いた。数値計算のためには新池のム橋をモデルとして取上げた。

1. 固有値の解析(その1)

図-1のモデルの構造の橋軸と直角方向の水平振動の固有値を解くにあたって、まず動的結合法による振動方程式を誘導しよう。支矢1, 2をみずして、単純梁と2つの片持梁(橋脚)とに分ける。単純梁では矢1, 2にそれぞれ $P_{T1}\sin\omega t$, $P_{T2}\sin\omega t$ なる強制周期力を働かせると、このときの矢1, 2の水平変位 W_{T1} , W_{T2} は $\sin\omega t = 1$ の時刻では、

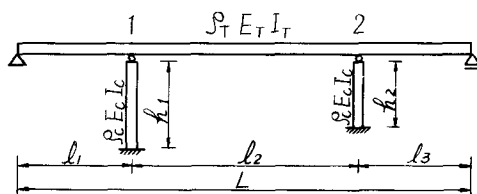


図-1 モデル図

$$W_{T1} = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \Phi_{Tn}(l_1) \left\{ \Phi_{Tn}(l_1) P_{T1} + \Phi_{Tn}(l_1 + l_2) P_{T2} \right\} \right\} / (\omega_{Tn}^2 - \omega^2) \quad (1)$$

$$W_{T2} = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \Phi_{Tn}(l_1 + l_2) \left\{ \Phi_{Tn}(l_1) P_{T1} + \Phi_{Tn}(l_1 + l_2) P_{T2} \right\} \right\} / (\omega_{Tn}^2 - \omega^2) \quad (2)$$

一方、片持ばりの橋脚の頂部にそれぞれ、 $P_{C1}\sin\omega t$, $P_{C2}\sin\omega t$ を働かせた時の柱頭の水平変位 W_{C1} , W_{C2} は

$$W_{C1} = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{C1n}(h_1) P_{C1} / (\omega_{C1n}^2 - \omega^2) \quad (3)$$

$$W_{C2} = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{C2n}(h_2) P_{C2} / (\omega_{C2n}^2 - \omega^2) \quad (4)$$

矢1における単純梁の水平変位と片持ばりの柱頭の水平変位は等しいから

$$W_{T1} = W_{C1} \quad (5)$$

同様に矢2においても式(4)が成立する。

$$\omega_{T2} = \omega_{C2} \quad (6)$$

さらに図-1の構造が一床とって自由振動しているときには、外力は働いていないから

$$P_{T1} + P_{C1} = 0 \quad (7)$$

$$P_{T2} + P_{C2} = 0 \quad (8)$$

であるべきである。

式(5)(6)に式(1)~(4)および(7)(8)を入れると次の2式が得られる。

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\omega_{Tn}^2 - \omega^2} \Phi_{Tn}^2(l_1) + \frac{1}{\omega_{C1n}^2 - \omega^2} \Phi_{C1n}^2(h_1) \right\} P_{T1} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_{Tn}^2 - \omega^2} \Phi_{Tn}(l_1) \Phi_{Tn}(l_1 + l_2) P_{T2} = 0 \quad (9)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\omega_{Tn}^2 - \omega^2} \Phi_{Tn}(l_1) \Phi_{Tn}(l_1 + l_2) P_{T1} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\omega_{Tn}^2 - \omega^2} \Phi_{Tn}^2(l_1 + l_2) + \frac{1}{\omega_{C2n}^2 - \omega^2} \Phi_{C2n}^2(h_2) \right\} P_{T2} = 0 \quad (10)$$

P_{T1} と P_{T2} とが同時にゼロでないとき式(9)と(10)とが同時に成立するためには、式(9)(10)の P_{T1} , P_{T2} の係数よりなる行列式がゼロであるべきである。これがすなわち振動数方程式(11)となる。

$$\begin{vmatrix} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\omega_{Tn}^2 - \omega^2} \Phi_{Tn}^2(l_1) + \frac{1}{\omega_{C1n}^2 - \omega^2} \Phi_{C1n}^2(h_1) \right\} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_{Tn}^2 - \omega^2} \Phi_{Tn}(l_1) \Phi_{Tn}(l_1 + l_2) \\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_{Tn}^2 - \omega^2} \Phi_{Tn}(l_1) \Phi_{Tn}(l_1 + l_2) & \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\omega_{Tn}^2 - \omega^2} \Phi_{Tn}^2(l_1 + l_2) + \frac{1}{\omega_{C2n}^2 - \omega^2} \Phi_{C2n}^2(h_2) \right\} \end{vmatrix} = 0 \quad (11)$$

ここに、 Φ_{Tn} , Φ_{C1n} , Φ_{C2n} はそれぞれ単純梁、片持梁の橋脚1, 2の正規化振動モード。 ω_{Tn} , ω_{C1n} , ω_{C2n} はそれぞれの固有円振動数である。

式(11)より固有円振動数 ω を求め、式(9)(10)に入れて、 P_{T1} と P_{T2} の比を求め、これらの値を(1)(3)(4)の式のうち変位測定点の座標を x に変えた式に入れると、それぞれの ω に対応する固有振動モードが得られる。

2. 固有値の解析(その2)

固有値解析のオ2法としては、集中質量法を用いた。このとき橋脚を水平方向のばねに置きかえ、図-2の質量系とした。橋脚の質量は、片持梁の1次の固有振動と、置換えた1質量系の固有振動数とが等しくなるように集中質量を選び、これを橋脚柱頭に置いた。図-2の梁のたわみの影響係数を用いて主れる固有行列は $|A - \lambda I| = 0$ 形となり、これを解いて固有値・モードが得られることは周知の通りであるから詳細を省略する。

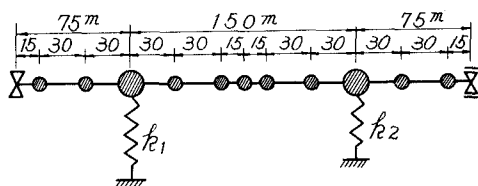


図-2

3. 数値計算

新世の山橋の径間1は75+150+75m, 橋脚高は57.5m, 46.6mである。本橋について上記2法による固有周期 T_m と固有振動モード y_m を求め比較すると図-3のようになる。計算は熊大FACOM-231によった。オ1法では、解析モデルの径間割が1:2:1であるため、単純梁の $n=4$ 次のモードで振動

するとき、1, 2 では変位がなく, $P_1=P_2=0$ とする。この条件を満たす固有値は式 (11) には含まれないので、式 (11) を解いてもすべての固有値が求まらないことがあることを注意すべきである。すなわち単純梁の 4 次および 8 次等のモードで振動するときがそれであつてトラス部は単純梁の 4 次 8 次等のモードで振動し、橋脚は振動せずそのモードはゼロ値であることを付記しておく。

4. 応答について

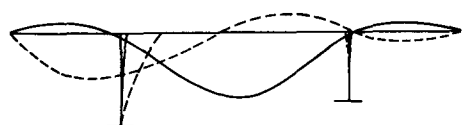
平均速度応答スペクトルを用い、各次数について最大変位応答 $g_m \max$ を求め、構造各点の変位の最大値 $W_{\max}$ Prob を root mean square 法により示すと、

$$W_{\max \text{ Prob}} = \left\{ \sum_m (\beta_m \varphi_m g_m \max)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

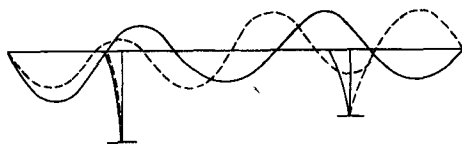
ここに

$$\beta_m = \sum_i M_i \varphi_m(x_i) / \sum_i M_i \varphi_m^2(x_i)$$

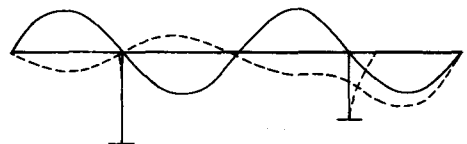
結合法



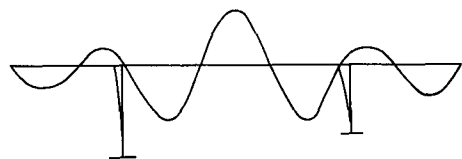
$T_1 = 1.572 \text{ Sec}$ — 1 次
 $T_2 = 0.755 \text{ Sec}$ ---- 2 次



$T_5 = 0.402 \text{ Sec}$ — 5 次
 $T_6 = 0.315 \text{ Sec}$ ---- 6 次



$T_3 = 0.586 \text{ Sec}$ — 3 次
 $T_4 = 0.566 \text{ Sec}$ ---- 4 次



$T_7 = 0.213 \text{ Sec}$ — 7 次

図-3 モードと固有周期

M_i は i 点の質量であるが、オ 1 法によるときは $\sum_i$ は構造全体についての積分となる。また集中質量法における β_m の計算では、振動解析に用いた橋脚柱頭の質量 $0.24 M_c$ (ただし M_c は橋脚の片持梁の全質量) を用いたのでは不合理であるので、連続体片持梁と 1 質点系片持梁の両者において、 β_m 式の分子、分母それぞれの値が等しくなるような換算質量を用いねばならない。片持梁の 1 次振動モードについて換算すると分子では $0.391 M_c$ 、分母では $0.250 M_c$ となる。オ 1 法による最大応答は図 4, 5 のとおりである。

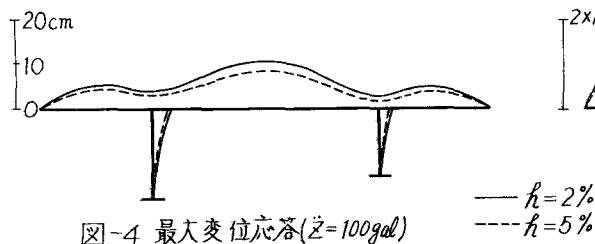


図-4 最大変位応答($\delta=100gal$)

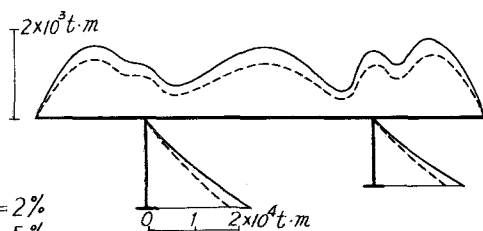


図-5 最大曲げモーメント応答($\delta=100gal$)

5. 結 論

まず結合法の適用の方法とこれによる固有値と固有モードを求め、応答スペクトルを用いて橋脚天端のたわみと橋脚固定端の曲げモーメントを求めた。次に集中質量法による固有値と固有モードを用いて応答スペクトルにより橋脚天端のたわみを求め、橋脚の震度分布を台形と仮定したときの橋脚固定端曲げモーメントを求めた。これと道路公団の高橋脚橋梁に関する耐震規準(学会誌 Vol.54,4)による修正震度法による橋脚天端のたわみと固定端の曲げモーメントを比較した。これらの結果は表1の通りである。

			橋脚(1)のたわみ (cm)	橋脚(2)のたわみ (cm)	橋脚(1)の曲げモーメント (t・m)	橋脚(2)の曲げモーメント (t・m)
(1)	結合法応答スペクトルによる法	$h=2\%$ $h=5\%$	5.826 4.535	3.422 2.627	35,500 27,700	31,100 23,800
(2)	集中質量法応答スペクトルによる たわみと台形震度分布仮定の曲げモーメント	$h=2\%$	5.918	3.150	37,900	30,100
(3)	(1)のたわみを用いて、橋脚に 台形震度分布を仮定したとき	$h=2\%$	5.826	3.422	37,300	32,600
		$h=5\%$	4.535	2.627	29,400	21,900
(4)	公団の震度規定による法		4.97	2.33	32,100	22,500

表 - 1

(注) h は減衰定数

これから例題として取上げた橋について次の事がいえると思う。

1. 結合法と集中質量法による固有値とモードはほとんど一致する。
2. 橋脚天端のたわみは(1)と(2)はほとんど変わらない。
3. (4)は h を考慮していないがこれと(1)、(2)のたわみを比べると(4)は(1)における $h=5\%$ の場合に近い値を示す。
4. (4)の曲げモーメントについてもほぼ同様である。
5. これらの結論は公団の耐震基準を検討する1つの資料となると思う。

* 図-3では3次のモードがこれに対応する。

注(1) 同様の解析法は吉村・平井「ランガー-村の動的解析」土木学会論文集101号その他で多く用いられている。

注(2) 例えば土木技研者のための振動便覧(土木学会) P.176 土木研究所報告128の1, 1964。