

九州大学 工学部 正員 山崎徳也
長崎大学 " " 山崎毅
九州大学 " 学生員 〇ノ岩敏嗣

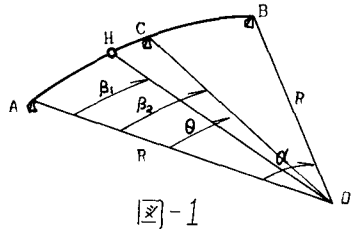
1. 序文

一般にゲルバー梁は挿入したヒンジ点でたわみ角が不連続となり、また中間支点においてはせん断力およびねじれモーメントが不連続となるため、これに関する諸問題の解析に当り梁全体の变形および断面力を求めるには数個の微分方程式を解く必要があり、その結果積分定数が増大し式の展開がきわめて繁雑となる。著者らはこれらの難点を除去するため unit step 函数を使用して各不連続点での変形量および応力量の条件の表し方を工夫し、連続曲線梁の中間部にヒンジを挿入したいわゆる曲りゲルバー梁の変形量および応力量を連続要素のみからなる梁と同様の簡明な手法で求めることを示し、さらに本法を応用して曲りゲルバー梁の固有振動数および振動モードを明らかにせんとするものである。

2. 曲りゲルバー梁の基本式

鉛直荷重強度およびねじれモーメント荷重強度をそれぞれ g, m で表わせば、円形曲り梁の基本式は文献(1)より鉛直たわみ w に関する次の微分方程式で与えられる。

$$\frac{d^6 w}{d\theta^6} + 2\frac{d^4 w}{d\theta^4} + \frac{d^2 w}{d\theta^2} = \frac{R^4}{EI} \left[\frac{d^2 g}{d\theta^2} - \frac{g}{\mu} \right] + \frac{1+\mu}{\mu} \frac{R^3}{EI} \frac{d^2 m}{d\theta^2} \quad (1)$$



ただし R : 円形曲り梁の曲率半径, $\mu = GJ/EI$, EI, GJ : 円形曲り梁の曲げ剛性およびねじれ剛性式(1)より鉛直たわみ w が求まれば、次の諸式によりその他の変形量すなわちたわみ角 $\bar{\varphi}$, ねじれ角 $\bar{\varphi}$ および応力量すなわち曲げモーメント M , ねじれモーメント T およびせん断力 Q を算定することができる。

$$\bar{\varphi} = w' \quad (2a) \quad \bar{\varphi} = -\frac{\mu}{1+\mu} w^{(4)} - \frac{1+2\mu}{1+\mu} w'' + \frac{\mu}{1+\mu} \frac{R^4}{EI} g + \frac{R^3}{EI} m \quad (2b) \quad M = -\frac{EI}{R^2} (w'' + \bar{\varphi}) \quad (2c)$$

$$T = \frac{GJ}{R^2} (\bar{\varphi}' - w') \quad (2d) \quad Q = -\frac{EI}{R^3} [w''' - \mu w' + (1+\mu) \bar{\varphi}'] \quad (2e)$$

図-1 に示す曲りゲルバー梁の鉛直たわみ w は unit step 函数を用いて次式で表わされる。

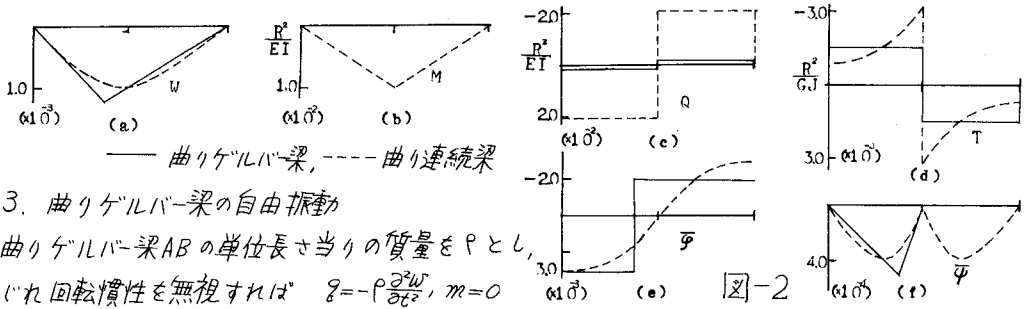
$$w(\theta) = w_1(\theta) + w_2(\theta) \cdot U(\theta - \beta_1) + w_3(\theta) \cdot U(\theta - \beta_2) \quad (\theta \neq \beta_1, \beta_2) \quad (3)$$

式(3)を式(1)に代入すれば曲りゲルバー梁の基本式として次式をうる。

$$\frac{d^6 w_1}{d\theta^6} + 2\frac{d^4 w_1}{d\theta^4} + \frac{d^2 w_1}{d\theta^2} + \left[\frac{d^6 w_2}{d\theta^6} + 2\frac{d^4 w_2}{d\theta^4} + \frac{d^2 w_2}{d\theta^2} \right] \cdot U(\theta - \beta_1) + \left[\frac{d^6 w_3}{d\theta^6} + 2\frac{d^4 w_3}{d\theta^4} + \frac{d^2 w_3}{d\theta^2} \right] \cdot U(\theta - \beta_2) = -\frac{R^4}{EI} \left[\frac{d^2 g}{d\theta^2} - \frac{g}{\mu} \right] + \frac{1+\mu}{\mu} \frac{R^3}{EI} \frac{d^2 m}{d\theta^2} \quad (4)$$

式(4)を解いて鉛直たわみ w が求まれば、式(2a)~(2e)より曲りゲルバー梁 AB のその他の変形量および応力量が求められる。

計算例として、中間ヒンジ H 点の存在が諸量におよぼす影響を知る目的で、中間支点 C が沈下をおこした状態を想定し、曲りゲルバー梁と曲り連続梁の变形および応力を図2(a)~2(f)に併せ記載した。ただし曲り梁の中心角 $\alpha = 60^\circ$, $\beta_1 = 22.5^\circ$, $\beta_2 = 30^\circ$, 梁の断面剛性比 $\mu = 1.0$ および中央支点 C の沈下量 $\delta = 10^{-3} R \alpha$ とする。



—— 曲リゲルバー梁, ---- 曲リ連続梁

3. 曲リゲルバー梁の自由振動

曲リゲルバー梁ABの単位長さ当りの質量を ρ とし、

ねいれ回転慣性を無視すれば $\rho = -\rho \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}$, $m=0$

これらを式(4)に代入すれば曲リゲルバー梁ABの面外自由振動の微分方程式が次式のごとくえられる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 W_1}{\partial \theta^2} + 2 \frac{\partial^2 W_1}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 W_1}{\partial \theta^2} + \frac{PR^4}{EI} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2 W_1}{\partial \theta^2} - \frac{W_1}{\mu} \right) + \left[\frac{\partial^2 W_2}{\partial \theta^2} + 2 \frac{\partial^2 W_2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 W_2}{\partial \theta^2} + \frac{PR^4}{EI} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2 W_2}{\partial \theta^2} - \frac{W_2}{\mu} \right) \right] U(\theta - \beta_1) \\ & + \left[\frac{\partial^2 W_3}{\partial \theta^2} + 2 \frac{\partial^2 W_3}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 W_3}{\partial \theta^2} + \frac{PR^4}{EI} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2 W_3}{\partial \theta^2} - \frac{W_3}{\mu} \right) \right] U(\theta - \beta_2) = 0 \quad (5) \end{aligned}$$

そこで $W(\theta, t) = W(\theta) \sin \omega t$ とおいて、式(3)および式(5)に代入すれば、規準函数 W に関する次式がえられる。

$$W(\theta) = W_1(\theta) + W_2(\theta) \cdot U(\theta - \beta_1) + W_3(\theta) \cdot U(\theta - \beta_2) \quad (0 \leq \beta_1, \beta_2) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d^4 W_1}{d\theta^4} + 2 \frac{d^4 W_1}{d\theta^4} + (1 - \lambda^4) \frac{d^2 W_1}{d\theta^2} + \frac{\lambda^4}{\mu} W_1 + \left[\frac{d^4 W_2}{d\theta^4} + 2 \frac{d^4 W_2}{d\theta^4} + (1 - \lambda^4) \frac{d^2 W_2}{d\theta^2} + \frac{\lambda^4}{\mu} W_2 \right] U(\theta - \beta_1) \\ & + \left[\frac{d^4 W_3}{d\theta^4} + 2 \frac{d^4 W_3}{d\theta^4} + (1 - \lambda^4) \frac{d^2 W_3}{d\theta^2} + \frac{\lambda^4}{\mu} W_3 \right] U(\theta - \beta_2) = 0 \quad (7) \quad \lambda^4 = \frac{\rho \omega^2 R^4}{EI} \end{aligned}$$

規準函数 W は $\theta = \beta_1, \beta_2$ を含まないが、 W_1, W_2, W_3 には含めて差支えない。

また、たわみ角、ねいれ角、曲げモーメント、ねいれモーメントおよびせん断力の規準函数としてそれぞれ $\Phi, \Psi, \bar{M}, \bar{T}, \bar{Q}$ の記号を用うれば式(2a)~(2e)よりこれらは次記のごとく表わされる。

$$\Phi = W_1'(\theta) + W_2'(\theta) \cdot U(\theta - \beta_1) + W_3'(\theta) \cdot U(\theta - \beta_2) \quad (8a)$$

$$\begin{aligned} \Psi = & -\frac{\mu}{1+\mu} \left[W_1''(\theta) + W_2''(\theta) \cdot U(\theta - \beta_1) + W_3''(\theta) \cdot U(\theta - \beta_2) \right] - \frac{1+2\mu}{1+\mu} \left[W_1'''(\theta) + W_2'''(\theta) \cdot U(\theta - \beta_1) + W_3'''(\theta) \cdot U(\theta - \beta_2) \right] \\ & + \lambda^4 \frac{\mu}{1+\mu} \left[W_1(\theta) + W_2(\theta) \cdot U(\theta - \beta_1) + W_3(\theta) \cdot U(\theta - \beta_2) \right] \quad (8b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{M} = & \frac{EI}{R^2} \frac{\mu}{1+\mu} \left[W_1^{(6)}(\theta) + W_2^{(6)}(\theta) \cdot U(\theta - \beta_1) + W_3^{(6)}(\theta) \cdot U(\theta - \beta_2) \right] + W_1''(\theta) + W_2''(\theta) \cdot U(\theta - \beta_1) + W_3''(\theta) \cdot U(\theta - \beta_2) \\ & - \lambda^4 \left\{ W_1(\theta) + W_2(\theta) \cdot U(\theta - \beta_1) + W_3(\theta) \cdot U(\theta - \beta_2) \right\} \quad (8c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{T} = & -\frac{GI}{R^2} \frac{\mu}{1+\mu} \left[W_1^{(5)}(\theta) + W_2^{(5)}(\theta) \cdot U(\theta - \beta_1) + W_3^{(5)}(\theta) \cdot U(\theta - \beta_2) \right] + \frac{1+2\mu}{\mu} \left\{ W_1'''(\theta) + W_2'''(\theta) \cdot U(\theta - \beta_1) + W_3'''(\theta) \cdot U(\theta - \beta_2) \right\} \\ & + \left(\frac{1+\mu}{\mu} - \lambda^4 \right) \left\{ W_1'(\theta) + W_2'(\theta) \cdot U(\theta - \beta_1) + W_3'(\theta) \cdot U(\theta - \beta_2) \right\} \quad (8d) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{Q} = & \frac{EI}{R^3} \mu \left[W_1^{(5)}(\theta) + W_2^{(5)}(\theta) \cdot U(\theta - \beta_1) + W_3^{(5)}(\theta) \cdot U(\theta - \beta_2) \right] + 2 \left\{ W_1''(\theta) + W_2''(\theta) \cdot U(\theta - \beta_1) + W_3''(\theta) \cdot U(\theta - \beta_2) \right\} \\ & + (1 - \lambda^4) \left\{ W_1'(\theta) + W_2'(\theta) \cdot U(\theta - \beta_1) + W_3'(\theta) \cdot U(\theta - \beta_2) \right\} \quad (8e) \end{aligned}$$

さて、与えられたゲルバー梁の支点A, Bでの境界条件式は次のごとくである。すなわち

$$\theta = 0: W(\theta) = \Psi(\theta) = \bar{M}(\theta) = 0 \quad \text{したがって} \quad W_1(\theta) = W_1''(\theta) = W_1^{(6)}(\theta) = 0 \quad (9)$$

$$\theta = \alpha: W(\theta) = \Psi(\theta) = \bar{M}(\theta) = 0, \quad W_1(\theta) + W_2(\theta) + W_3(\theta) = W_1''(\theta) + W_2''(\theta) + W_3''(\theta) = W_1^{(6)}(\theta) + W_2^{(6)}(\theta) + W_3^{(6)}(\theta) = 0 \quad (10)$$

また、ヒンジ点Hすなわち $\theta = \beta_1$ におけるたわみ、ねいれ角、曲げモーメント、ねいれモーメントおよびせん断力の連続条件より次式がえられる。

$$W(\beta_1 - 0) = W(\beta_1 + 0), \quad \Psi(\beta_1 - 0) = \Psi(\beta_1 + 0), \quad \bar{M}(\beta_1 - 0) = \bar{M}(\beta_1 + 0), \quad \bar{T}(\beta_1 - 0) = \bar{T}(\beta_1 + 0), \quad \bar{Q}(\beta_1 - 0) = \bar{Q}(\beta_1 + 0)$$

$$\text{すなわち} \quad W_2(\beta_1) = W_2^{(5)}(\beta_1) = W_2^{(6)}(\beta_1) = 0, \quad W_2''(\beta_1) = -W_2'(\beta_1), \quad W_2^{(6)}(\beta_1) = (1 + \lambda^4) W_2'(\beta_1) \quad (11a)$$

$$W_1^{(6)}(\beta_1) + W_1^{(5)}(\beta_1) - \lambda^4 W_1(\beta_1) = 0 \quad (11b)$$

同様に、中央支点C すなわち $\theta = \beta_2$ におけるたわみ、たわみ角、ねじれ角および曲げモーメントの連続条件より次式をうる。

$$W(\beta_2 - 0) = W(\beta_2 + 0) = 0, \quad \bar{\Phi}(\beta_2 - 0) = \bar{\Phi}(\beta_2 + 0), \quad \bar{\Phi}(\beta_2 - 0) = \bar{\Phi}(\beta_2 + 0) = 0, \quad \bar{M}(\beta_2 - 0) = \bar{M}(\beta_2 + 0)$$

すなわち $W_3(\beta_2) = W_3''(\beta_2) = W_3'''(\beta_2) = 0$ (12a) $W_1(\beta_2) + W_2(\beta_2) = 0$ (12b) $W_1'(\beta_2) + W_2'(\beta_2) + \frac{1+2\mu}{\mu} [W_1''(\beta_2) + W_2''(\beta_2)] = 0$ (12c)

さらに、C点での鉛直反力およびねじれモーメント反力をそれぞれ Q_0 、 T_0 とすればせん断力およびねじれモーメントの釣合条件より次式が成立する。

$$\bar{Q}(\beta_2 - 0) = \bar{Q}(\beta_2 + 0) + Q_0, \quad \bar{T}(\beta_2 - 0) = \bar{T}(\beta_2 + 0) + T_0. \quad \text{したがって} \quad W_3^{(5)}(\beta_2) + 2W_3''(\beta_2) = Q_0, \quad W_3^{(6)}(\beta_2) + \frac{1+2\mu}{\mu} W_3'''(\beta_2) = T_0.$$

さて、次の微分方程式 $\frac{d^4 W_1}{d\theta^4} + 2\frac{d^4 W_1}{d\theta^4} + (1-\lambda^2)\frac{d^2 W_1}{d\theta^2} + \frac{\lambda^4}{\mu} W_1 = 0$ (13a)

$$\frac{d^4 W_2}{d\theta^4} + 2\frac{d^4 W_2}{d\theta^4} + (1-\lambda^2)\frac{d^2 W_2}{d\theta^2} + \frac{\lambda^4}{\mu} W_2 = 0 \quad (13b) \quad \frac{d^4 W_3}{d\theta^4} + 2\frac{d^4 W_3}{d\theta^4} + (1-\lambda^2)\frac{d^2 W_3}{d\theta^2} + \frac{\lambda^4}{\mu} W_3 = 0 \quad (13c)$$

を満足する解 W_1, W_2, W_3 は明らかに式(7)を満足する。よって式(13a), (13b), (13c)を条件式(9)~(12c)を用いて解くことにより方程式(7)の解が以下のごとくえられる。

まず $\mathcal{L}[W_1(\theta)] = F_1(s)$ と置き式(13a)にラプラス変換を適用すれば次式をうる。

$$s^4 F_1(s) - s^3 W_1(0) - s^2 W_1'(0) - s W_1''(0) - W_1'''(0) + 2[s^2 F_1(s) - s W_1(0) - s W_1'(0) - W_1''(0)] + (1-\lambda^2)[s^2 F_1(s) - s W_1(0) - W_1'(0)] + \frac{\lambda^4}{\mu} F_1(s) = 0 \quad (14)$$

ここで境界条件式(9)を適用し、 $F_1(s)$ を求めれば

$$F_1(s) = \left[\frac{A}{s^2 X^2} - \frac{B}{s^2 Y^2} - \frac{C}{s^2 Z^2} \right] W_1(0) + \left[\frac{D}{s^2 X^2} - \frac{E}{s^2 Y^2} - \frac{F}{s^2 Z^2} \right] (2W_1(0) + W_1'(0)) + \left[\frac{G}{s^2 X^2} - \frac{H}{s^2 Y^2} - \frac{I}{s^2 Z^2} \right] ((1-\lambda^2)W_1'(0) + 2W_1''(0) + W_1'''(0))$$

これを逆ラプラス変換して整理すれば次式をうる。 $W_1(\theta) = C_1 \sinh X\theta + C_2 \sinh Y\theta + C_3 \sinh Z\theta$ (15)

ただし、定数 X, Y, Z は次の各式から求まる。

$$X^6 + 2X^4 + (1-\lambda^2)X^2 + \lambda^4/\mu = 0, \quad Y^6 + 2Y^4 + (1-\lambda^2)Y^2 + \lambda^4/\mu = 0, \quad Z^6 + 2Z^4 + (1-\lambda^2)Z^2 + \lambda^4/\mu = 0, \quad (X, Y, Z > 0)$$

次に式(13b)の解を求めるに当り、H点での連続条件式(11a)を直接使いうることと $\theta - \beta_1 = 0$ なる変数変換を行い、式(13b)に代入すれば次式をうる。 $\frac{d^4 W_2}{d\theta^4} + 2\frac{d^4 W_2}{d\theta^4} + (1-\lambda^2)\frac{d^2 W_2}{d\theta^2} + \frac{\lambda^4}{\mu} W_2 = 0$ (16)

$\mathcal{L}[W_2(\theta)] = F_2(s)$ において式(16)にラプラス変換を適用すれば

$$s^4 F_2(s) - s^3 W_2(0) - s^2 W_2'(0) - s W_2''(0) - W_2'''(0) + 2[s^2 F_2(s) - s W_2(0) - s W_2'(0) - W_2''(0) - W_2'''(0)] + (1-\lambda^2)[s^2 F_2(s) - s W_2(0) - W_2'(0)] + \frac{\lambda^4}{\mu} F_2(s) = 0 \quad (17)$$

一方、H点での連続条件式(11a)は次のように書き換えられる。

$$W_2(0) = W_2''(0) - W_2'''(0) = 0, \quad W_2'(0) = -W_2'(0), \quad W_2''(0) = (1+\lambda^2)W_2'(0) \quad (18)$$

式(18)を式(17)に代入し、 $F_2(s)$ について整理すれば $F_2(s) = \left[a_1 \frac{X}{s^2 X^2} - a_2 \frac{Y}{s^2 Y^2} - a_3 \frac{Z}{s^2 Z^2} \right] W_2'(0)$

さらに逆ラプラス変換すれば次式をうる。 $W_2(\theta) = (a_1 \sinh X\theta_1 - a_2 \sinh Y\theta_1 - a_3 \sinh Z\theta_1) \cdot C_4$ (19)

全く同様に式(13c)の解を求めるに当たっても、C点での連続条件式(12a)が直接使えることと $\theta - \beta_2 = 0$ なる変数変換を行ったのち式(13c)に代入し、C点での連続条件式(12a)を考慮して $F_3(s)$ について整理。のち、逆ラプラス変換を行えば結局次式をうる。 $W_3(\theta) = (b_1 \sinh X\theta_2 - b_2 \sinh Y\theta_2 - b_3 \sinh Z\theta_2) C_5 + (c_1 \sinh X\theta_2 - c_2 \sinh Y\theta_2 - c_3 \sinh Z\theta_2) C_6$ (20)

ここに式(15), (19), (20)に用いた定数は次のごとき内容をもつ。

$$a_1 = (A+D)/X, \quad a_2 = (B+E)/Y, \quad a_3 = (C+F)/Z, \quad b_1 = (D+2G)/X, \quad b_2 = (E+2H)/Y, \quad b_3 = (F+2I)/Z$$

$$c_1 = G/X, \quad c_2 = H/Y, \quad c_3 = I/Z, \quad C_1, C_2, \dots, C_6 \text{ は積分定数, } A, B, \dots, I \text{ は } X, Y, Z \text{ によって定まる定数}$$

式(15), (19), (20)を合成することにより, 曲りゲルバー梁の自由振動モードは次式で与えられることになる。 $W(0) = C_1 \cdot \sinh \alpha_0 + C_2 \cdot \sinh \beta_0 + C_3 \cdot \sinh \gamma_0 + [a_1 \sinh \alpha(\alpha - \beta_1) - a_2 \sinh \gamma(\alpha - \beta_1) - a_3 \sinh \gamma(\alpha - \beta_1)] \cdot C_4 \cdot U(0 - \beta_1)$

$$+ [(b_1 \sinh \alpha(\alpha - \beta_2) - b_2 \sinh \gamma(\alpha - \beta_2) - b_3 \sinh \gamma(\alpha - \beta_2)) C_5 + (c_1 \sinh \alpha(\alpha - \beta_2) - c_2 \sinh \gamma(\alpha - \beta_2) - c_3 \sinh \gamma(\alpha - \beta_2)) C_6] U(0 - \beta_2) \quad (21)$$

また, 式(21)を式(8a)~(8e)に代入すれば, 自由振動時の変形量および応力量のモードが求まる。

式(21)における6個の積分定数 $C_1, C_2, \dots, C_6$ は, 6個の境界条件式(10), (11b), (12b), (12c)を考慮することにより算出され, $C_1, C_2, \dots, C_6$ に関する次の連立方程式をうる。

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= f_1 \cdot \sinh \alpha \beta_1 & a_{12} &= f_2 \cdot \sinh \gamma \beta_1 & a_{13} &= f_3 \cdot \sinh \gamma \beta_1 \\ a_{21} &= \sinh \alpha \beta_2 & a_{22} &= \sinh \gamma \beta_2 & a_{23} &= \sinh \gamma \beta_2 \\ a_{31} &= g_1 \cdot \sinh \alpha \beta_2 & a_{32} &= g_2 \cdot \sinh \gamma \beta_2 & a_{33} &= g_3 \cdot \sinh \gamma \beta_2 \\ a_{41} &= \sinh \alpha \alpha & a_{42} &= \sinh \gamma \alpha & a_{43} &= \sinh \gamma \alpha \\ a_{51} &= \lambda^2 \sinh \alpha \alpha & a_{52} &= \lambda^2 \sinh \gamma \alpha & a_{53} &= -\lambda^2 \sinh \gamma \alpha \\ a_{61} &= \lambda^4 \sinh \alpha \alpha & a_{62} &= \lambda^4 \sinh \gamma \alpha & a_{63} &= \lambda^4 \sinh \gamma \alpha \\ a_{44} &= b_1 \sinh \alpha(\alpha - \beta_2) - b_2 \sinh \gamma(\alpha - \beta_2) - b_3 \sinh \gamma(\alpha - \beta_2) \\ a_{55} &= b_1 \lambda^2 \sinh \alpha(\alpha - \beta_2) - b_2 \lambda^2 \sinh \gamma(\alpha - \beta_2) + b_3 \lambda^2 \sinh \gamma(\alpha - \beta_2) \\ a_{66} &= b_1 \lambda^4 \sinh \alpha(\alpha - \beta_2) - b_2 \lambda^4 \sinh \gamma(\alpha - \beta_2) - b_3 \lambda^4 \sinh \gamma(\alpha - \beta_2) \\ a_{45} &= c_1 \sinh \alpha(\alpha - \beta_2) - c_2 \sinh \gamma(\alpha - \beta_2) - c_3 \sinh \gamma(\alpha - \beta_2) \\ a_{56} &= c_1 \lambda^2 \sinh \alpha(\alpha - \beta_2) - c_2 \lambda^2 \sinh \gamma(\alpha - \beta_2) + c_3 \lambda^2 \sinh \gamma(\alpha - \beta_2) \\ a_{66} &= c_1 \lambda^4 \sinh \alpha(\alpha - \beta_2) - c_2 \lambda^4 \sinh \gamma(\alpha - \beta_2) - c_3 \lambda^4 \sinh \gamma(\alpha - \beta_2) \end{aligned}$$

$$d_1 = (1 + 2\mu)/\mu, \quad f_1 = \lambda^4 + \lambda^2 \lambda^4, \quad f_2 = \lambda^4 + \lambda^2 \lambda^4, \quad f_3 = \lambda^4 - \lambda^2 \lambda^4, \quad g_1 = \lambda^4 + d_1 \lambda^2 \lambda^4, \quad g_2 = \lambda^4 + d_1 \lambda^2 \lambda^4, \quad g_3 = \lambda^4 - d_1 \lambda^2 \lambda^4$$

よって, 式(22)の左辺の係数行列式を0とおいだす式が図-1に示す曲りゲルバー梁の振動数方程式となる。

4. 計算例 図-1に示す曲りゲルバー梁の4次までの固有振動数を算定し, 結果を表-1にまとめて示す。各固有値に対応する振動モードは図-3のごとくである。ただし, 曲りゲルバー梁の中心角 $\alpha = 60^\circ$, $\beta_1 = 22.5^\circ$, $\beta_2 = 30^\circ$, 梁の断面剛性比 $\mu = 1.058$ とする。

5. 結語

本論により曲りゲルバー梁の変形応力特性および自由振動性状をすべて明らかにすることができた。ここでは部材の途中に不連続要素を有する梁構造物として曲りゲルバー梁をとりあげたが, 本法の適用により不連続要素を有するその他の梁構造物の静的および動的解析が容易に可能となる。

参考文献

(1) 山崎徳也・崎山毅「円形曲り梁の面外自由振動」

九大工学集報 第40巻 第2号 (昭和42年3月)

表-1

n	固有値入
1	5.880
2	8.102
3	10.187
4	15.957

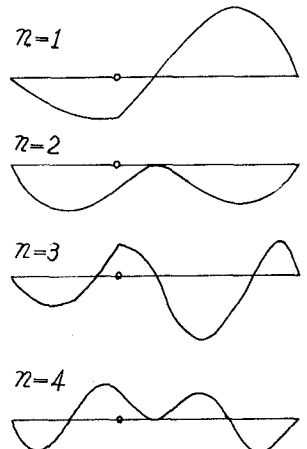


図-3