

九州大学 正員 村上 正
山口大学 〃 〃 會田 忠義

トラスげたの自由振動解析は、トラスげたが立体構造であるが、立体のままでは考察する方が厳密であり望しい。とくに、真直ぐなトラス橋では橋軸に直交な水平あるいはゆがみ振動、曲リトラスにおいて同様に、これは立体トラスとして取り扱わねばならない。著者の一人は、これらの点を考慮して立体的解析法を示した。しかし、対象のトラスげたが長径間の単純トラス、ゲルバーあるいは連続トラスのように非常に多くの格間をもつものであると、先に示した解析法では膨大な計算を必要とし、超大型電子計算機のカを借りねばならない。本論文はこれらの点を考慮した立体的近似解析法を述べたものである。

多格間をもつトラスげたの自由振動の立体解析では、近似的に次のように取り扱うことにより計算量を2分の1あるいは3分の1に減ずることが出来る。すなわち、運動方程式をたてるべき注目横断面を2パネルあるいは3パネルにとり、注目の横断面には与えられた横断面の変位あるいは変形を、その両側の注目すべき横断面の変位あるいは変形を表わす。したがって、一連の運動方程式より振動数方程式を求め、行列の固有値問題として固有周期、固有ベクトルを求める。

1. 横断面のつりあい式

横断面のつりあい条件式は、横断面形の変化を無視した場合、横断面の水平、鉛直および回転のつりあい式と横断面の4隅の節点の水平方向のつりあい式、合計7個。横断面形の変化を考慮した場合、横断面の水平、鉛直、水平せん断変形および鉛直せん断変形に対するつりあい式と横断面の4隅の節点の接線方向のつりあい式、合計8個である。これを行列表示すると次式となる。

$$A_i X_{i-1} + B_i X_i + C_i X_{i+1} = 0 \quad \dots (1).$$

ここで、 X_i は i 番目の横断面の変位ベクトルで、横断面形の変化を無視した場合、式(2)で、横断面形の変化を考慮した場合は式(3)で表わされる。係数 A_i 、 B_i および C_i は横断面形の変化を無視した場合は7次、これを考慮した場合は8次の正方行列となる。

$$X_i = \begin{bmatrix} u_i \\ w_i \\ \theta_i \\ V_{4i+1} \\ V_{4i+2} \\ V_{4i+3} \\ V_{4i+4} \dots (2) \end{bmatrix} \quad X_i = \begin{bmatrix} u_i \\ w_i \\ \theta_i \\ \gamma_i \\ V_{4i+1} \\ V_{4i+2} \\ V_{4i+3} \\ V_{4i+4} \dots (3) \end{bmatrix}$$

2. 運動方程式

$(i-1)$ 番目および $(i+1)$ 番目の横断面の変位ベクトル X_{i-1} 、 X_{i+1} は次式で表わされる。

$$X_{i-1} = -B_{i-1}^{-1} A_{i-1} X_{i-2} - B_{i-1}^{-1} C_{i-1} X_i \dots (4). \quad X_{i+1} = -B_{i+1}^{-1} A_{i+1} X_i - B_{i+1}^{-1} C_{i+1} X_{i+2} \dots (5).$$

一、 i 番目の横断面の運動方程式は次式で表わされる。

$$A_i X_{i-1} + (B_i - \omega^2 W_i) X_i + C_i X_{i+1} = 0 \quad \dots (6)$$

ここで、 ω は円振動数、 W_i は復量分布を表わす対角行列で、横断面形変化を無視した場合は7次、それを考慮した場合は8次である。結局、注目の横断面を2パネルにとった場合の運動方程式は次式となる。

$$-A_i B_{i-1}^T A_{i-1} X_{i-2} + (B_i^T - A_i B_{i-1}^T C_{i-1} - C_i B_{i-1}^T A_{i-1} - \omega^2 W_i) X_i - C_i B_{i-1}^T C_{i+1} X_{i+2} = 0 \dots \quad (7)$$

同様に、3パネルごとに注目の横断面をとった場合、運動方程式は次式となる。

$$-A_i (B_{i-2}^T C_{i-2} - A_{i-1}^T B_{i-1})^T B_{i-2}^T A_{i-2} X_{i-3} + \{ B_i^T + A_i (B_{i-2}^T C_{i-2} - A_{i-1}^T B_{i-1})^T A_{i-1}^T C_{i-1} - C_i (C_{i+1}^T B_{i+1} - B_{i+2}^T A_{i+2})^T C_{i+1}^T A_{i+1} - \omega^2 W_i \} + C_i (C_{i+1}^T B_{i+1} - B_{i+2}^T A_{i+2})^T B_{i+2}^T C_{i+2} X_{i+3} = 0 \dots \quad (8)$$

以上の式(7)および(8)をトラス毎の注目の横断面に適用することにより、一連の運動方程式が得られ、これらの運動方程式群の係数行列をゼロとすることにより振動数方程式が得られる。

3. 近似解析法の精度

各横断面に運動方程式をたて振動解析した場合の解を精密解とよび、2パネルごとに運動方程式をたて場合の近似解と比較する。結果は次の通りである。対象のトラスは単純支持の真正なトラス橋と曲リトラス橋である。

(曲リトラス)…節点および横断面復量はすべて、注目の横断面のそれに集中させ、質量慣性モーメントはこれらの集中した復量より求める。振動数方程式は支承条件を考慮して、横断面形の変化を無視した場合は28次、それを考慮した場合は31次の行列式となった。計算結果の振動数を示す次の通りである。ただし、ここでは省略するが、精密解と近似解の振動モードはよく一致した。

横断面形変化無視の場合の振動数

次数	1	2	3	4	5
近似値	1.005	1.722	2.448	3.224	3.595
精密値	1.009	1.732	2.504	3.438	3.693

横断面形変化考慮の場合の振動数

次数	1	2	3	4	5
近似値	0.943	1.003	2.306	2.437	3.029
精密値	0.784	0.985	2.355	2.904	3.157

(真正なトラス)…節点および横断面の復量ならびに横断面の復量慣性モーメントの計算法は曲リトラスのそれと同様である。振動数方程式は支承条件を考慮に入れると、横断面形変化無視の場合は23次、考慮の場合は26次の行列式となった。計算結果の振動数は次の通りである。

横断面形変化無視の場合の振動数

次数	1	2	3	4	5
近似値	3.402	3.518	5.742	6.713	6.955
精密値	3.382	3.548	5.945	6.784	6.810

横断面形変化考慮の場合の振動数

次数	1	2	3	4	5
近似値	0.720	3.578	3.953	4.882	6.225
精密値	0.683	3.548	3.946	4.726	6.625

以上の8パネルの単純トラスの計算結果より明らかなように、横断面形の変化無視、考慮のいずれの場合も、振動数、振動モードは近似値と精密値とは比較的良好に一致した。また、振動数方程式の次数が半減することとは勿論、計算量も減し、小型電子計算機でも、十分解析可能である。中型あるいは大型計算機を用いれば、さらに長径向のトラス橋の立体的振動特性を明らかにすることもできる。次に、長径向トラス橋への適用例として、天草一号橋(天門橋)の立体的振動解析を示す。

4. 天草一号橋への適用例

解析法は2パネルゴとに運動方程式を立て、かつ、各横断面形が変化しない場合を想定した近似解法である。また、トラスげたの横断面のせん断中心位置を次のように算出した。本橋は下弦が曲弦であるため、1パネルではけた高土が直線的に変化するが、1パネルのせん断中心位置を計算する際には、そのパネルは平均けた高土をもっとも仮定し、横断面のせん断中心位置はその横断面の左右のパネルのせん断中心位置の平均の位置にあるとした。図-1に支承条件およびその他を示す。

本橋の振動数方程式は、支承条件を考慮すると129次の行列式となった。計算結果の中で、12次振動までの振動数、卓越変位および主な振動型を表-1に示した。また、6次振動までの立体的振動モードを図-3に示した。本橋は、上部構造は対称であるが、支承条件が対称でなかったため、振動型を完全に、対称と非対称に分けることができない。しかし、表-1では概略を示す意味で、対称、非対称という文字を使った。表-2に、解析結果と実測結果との比較を示した。

以上の結果より、真直ぐな長径間トラス橋の自由振動について、次のことがいえる。

i). 単純トラス橋の計算結果と同様、各振動型で卓越する変位とそうでない変位が明白である。すなわち、鉛直変位が卓越する振動型では水平変位、回転変位はほとんど生じない。また、水平変位が卓越する振動型では鉛直変位はほとんど生じない。

ii). 鉛直変位が卓越する振動型では、振動型、周期ともに実測値とかなりよく一致した。

iii). 水平変位が卓越する振動型では、解析において横断面形の変化を無視したが、実測で橋脚上の主トラス高は3.2m、間隔10mの横断面形が変化することが示されている。この実、実情と多少境界条件が異なっている。しかし、水平対称一次振動を除いて低次振動は実測結果とかなりよく一致した。高次の水平振動は橋脚上の横断面形の変化も影響して、実測結果と多少の差を生じている。特に、水平対称一次振動の周期は実測値と理論値とにかなりの差を生じた。しかし、実測では起振残力不足のため測定できなかったが、実測値より大きい周期をもつ水平対称一次振動が存在するかもしれないと報告されている。

iv). 回転変位が卓越する場合について、解析結果では全体の7次振動に生じたが

表 - 1			
次数	振動数	卓越変位	主な振動型
1	0.300	水平変位	水平対称一次振動型
2	0.606	鉛直変位	鉛直対称一次 "
3	0.770	水平変位	水平非対称一次振動型
4	0.974	捻線変位	捻線振動型
5	1.23	鉛直変位	鉛直非対称一次振動型
6	1.36	水平変位	水平対称二次振動型
7	1.67	回転変位	回転対称一次振動型
8	1.88	水平変位	水平対称三次 "
9	1.89	鉛直変位	鉛直対称二次 "
10	2.27	"	鉛直非対称二次振動型
11	2.30	水平変位	水平非対称二次 "
12	2.56	鉛直変位	鉛直対称三次振動型

表-2 鉛直および水平振動の周期の実測値と理論値									
鉛 直 振 動					水 平 振 動				
次 数	対 称 振 動		逆 対 称 振 動		次 数	対 称 振 動		逆 対 称 振 動	
	測定値	理論値	測定値	理論値		測定値	理論値	測定値	理論値
1	1.56	1.65			1	0.847	3.33		
			0.825	0.813				1.15	1.30
2	0.557	0.530			2	0.612	0.733		
			0.473	0.440				0.448	0.435
3	0.437	0.391			3	0.367	0.533		
				0.350					0.330

実測では解析結果よりさらに低い周期をもつ振動が生じたのみであった。また、解析結果では高次の水平振動で回転変位が生じているが、実測では、水平振動で回転変位はほとんど生じなかったことが報告されている。これは実橋の床板の曲げおよびねじり剛性、弦材のねじり剛性の影響によるものと考えられる。実測周期が解析結果より短くなることからこれも考えられる。

V). 接線振動については、解析で床板や床組の影響を考慮しなかったため低次振動として生じたが、実測では、これを測定していないため結果を比較することはできない。(かく、接線振動は床板や床組の影響のため周期はさらに小さくなるものと考えられる。

5. 結論

多格子をもつトラス橋の自由振動の主体的近似解析法を述べ、その精度を調べることに、天草一号橋への適用例を示した。また、同時に、長径同トラス橋の振動特性の概略を示した。

1). 倉田：トラス橋の自由振動の主体解析，土木学会論文報告集，No.163, pp.1~15.

2). 日本道路公団：工事報告天草五橋，昭和42年5月，pp.707~712.

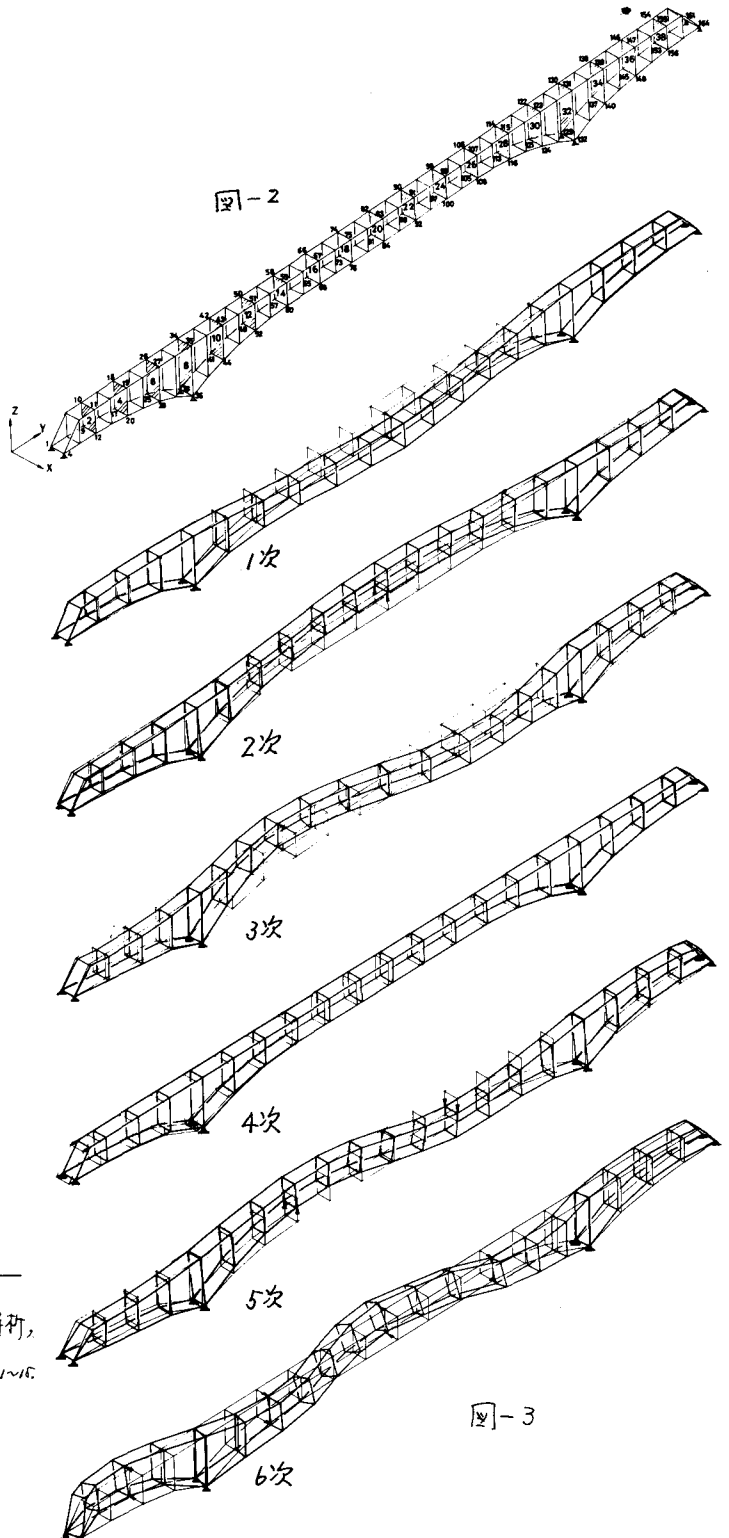


図-3