

京都大学工学部 正員 白石 成人

1. まえがき

一般土木構造物の耐風応答については、すでに数多くの研究者によって研究されてきた。とくに G. V. Parkinson, D. Smith 等^{1), 2)} は非線型流体力を静的実験から定め、これを振動応答に応用し、理論値と実験値が極めてよく一致することと示めて注目された。筆者はこれまで主として長大ブリッジ補剛桁についてその耐風特性の基礎的性質について考察してきたが、部分模型を用いた実験結果よりみても空角力の特性は線型応答では説明できないものがあり、この点、R. Scanlan, Ali Sabzevari³⁾ 等の主張するように、空角力は非線型問題として研究する必要があると考えられる。非線型流体力は理論的考察が著しく困難であるが、まず第一段階として、これまで求めた実験結果を、理論的に求めらる非線型空角力との比較を試みたりで、その結果を報告する。

2. たわみ回転二自由度振動系の耐風応答

ブリッジ補剛桁等の耐風特性を模刻するためにほしげれば部分模型実験が行われるが、この場合通常空角力係数の計測とフラッター振動実験が実施される。いま代表的な模型形式として、プレートガーダー模型とトラス形式模型についてその計測結果を示せば右図のようになる。すでに数多くの研究者によって指摘されているようにプレートガーダー形式は、Reduced Velocity (V/bw) 1~3 で発振し、トラス形式では4~7 で発振する。この場合、前者では風速の増加とともに漸次その定常振幅が増大するが、後者では発振風速の近傍で急激に大振幅に発振し、初期発振風速では定常振幅はほとんど求められず、これより低風速の所で定常状態が求められる。このことから、トラス形式では明らかに、或る風速での振幅という一対一対応は考えられず、非線型効果の影響が存在するものと思われる。

空角力計測は Scanlan, Sabzevari の自由振動法によつたが、この場合、たわみ η 、回転 φ ； ω_η , ω_φ , ζ_η , ζ_φ とそれらのたわみ、回転に存在する固有振動数、減衰定数とすれば、

$$\ddot{\eta} + 2\zeta_\eta\omega_\eta\dot{\eta} + \omega_\eta^2\eta = H_1\dot{\eta} + H_2\dot{\varphi} + H_3\varphi$$

$$\ddot{\varphi} + 2\zeta_\varphi\omega_\varphi\dot{\varphi} + \omega_\varphi^2\varphi = A_1\dot{\eta} + A_2\dot{\varphi} + A_3\varphi$$

となる。

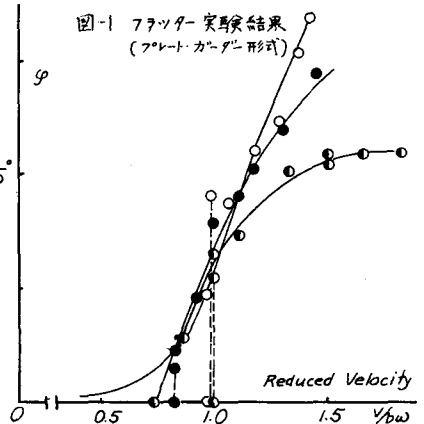


図1 フラッター実験結果
(プレートガーダー形式)

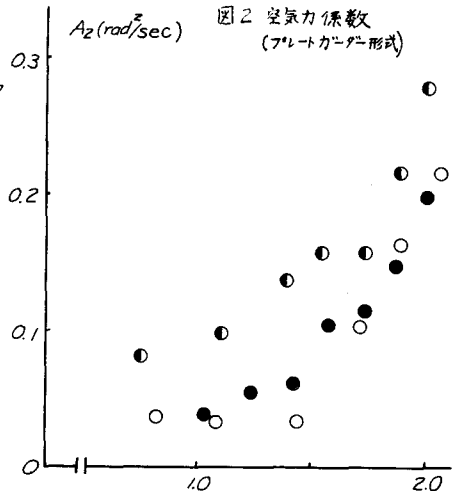


図2 空角力係数
(プレートガーダー形式)

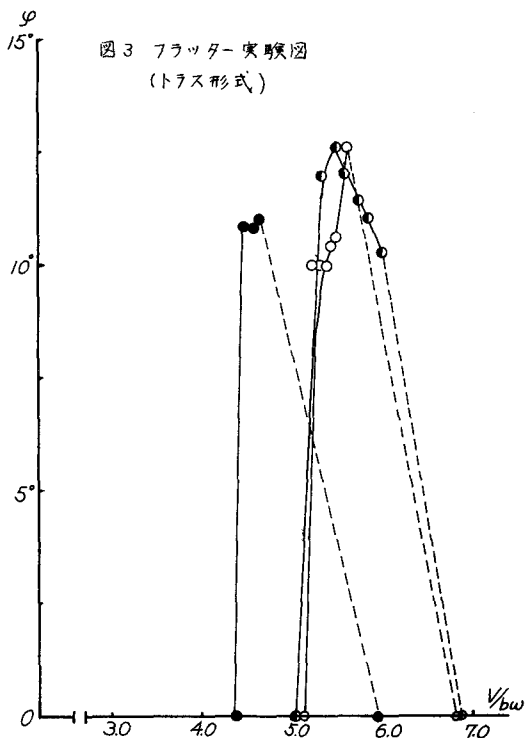


図3 フラッター実験図
(トラス形式)

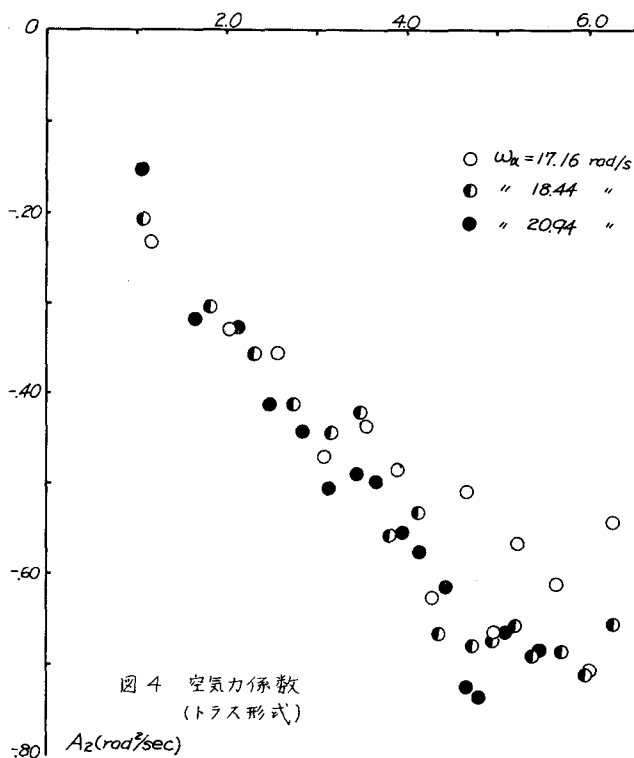


図4 空気力係数
(トラス形式)

ここに, H_i, A_i ($i=1,2,3$) は空気力係数である。プレート・ガーダー形式とトラス形式で最も特徴的に異なるものは上記6つの空気力係数のうち A_2 の項であり, プレート・ガーダー形式では $A_2 > 0$ トラス形式では $A_2 < 0$ であり, いわゆる Theodorsen 関数を用いる平板に関する場合も $A_2 < 0$ となり, この点よりみればトラスのような充実率の小さい補剛ガーダーでは平板とよく似た形式の空気力が作用するものと考えられる。左に実験結果を示すから, トラス形式には, 平板中の10%のスロットを入れた場合の結果を示している。

3. 非線形空気力について

従来の実験結果より, いわゆるフラッター現象の解析においては非線形空気力項が重要な因子となると考えられるから, いま, 揚力を L , Pitching Moment を M (単位長あたり) とすれば, 次のような展開が可能である。

$$L = L(\eta, \dot{\eta}, \varphi, \dot{\varphi})$$

$$= H_1 \dot{\eta} + H_2 \dot{\varphi} + H_3 \varphi$$

$$+ \dot{\eta} (h_{11} \dot{\eta}^2 + h_{12} \dot{\eta} \dot{\varphi}^2 + h_{13} \varphi^2 + h_{14} \dot{\varphi} \varphi + \dots)$$

$$+ \dot{\varphi} (h_{21} \dot{\eta}^2 + h_{22} \dot{\eta} \dot{\varphi}^2 + h_{23} \varphi^2 + h_{24} \dot{\varphi} \varphi + \dots)$$

$$+ \varphi (h_{31} \dot{\eta}^2 + h_{32} \dot{\eta} \dot{\varphi}^2 + h_{33} \varphi^2 + h_{34} \dot{\varphi} \varphi + \dots)$$

$$M = M(\eta, \dot{\eta}, \varphi, \dot{\varphi})$$

$$= A_1 \dot{\eta} + A_2 \dot{\varphi} + A_3 \varphi$$

$$+ \dot{\eta} (a_{11} \dot{\eta}^2 + a_{12} \dot{\eta} \dot{\varphi}^2 + a_{13} \varphi^2 + a_{14} \dot{\varphi} \varphi + \dots)$$

$$+ \dot{\varphi} (a_{21} \dot{\eta}^2 + a_{22} \dot{\eta} \dot{\varphi}^2 + a_{23} \varphi^2 + a_{24} \dot{\varphi} \varphi + \dots)$$

$$+ \varphi (a_{31} \dot{\eta}^2 + a_{32} \dot{\eta} \dot{\varphi}^2 + a_{33} \varphi^2 + a_{34} \dot{\varphi} \varphi + \dots)$$

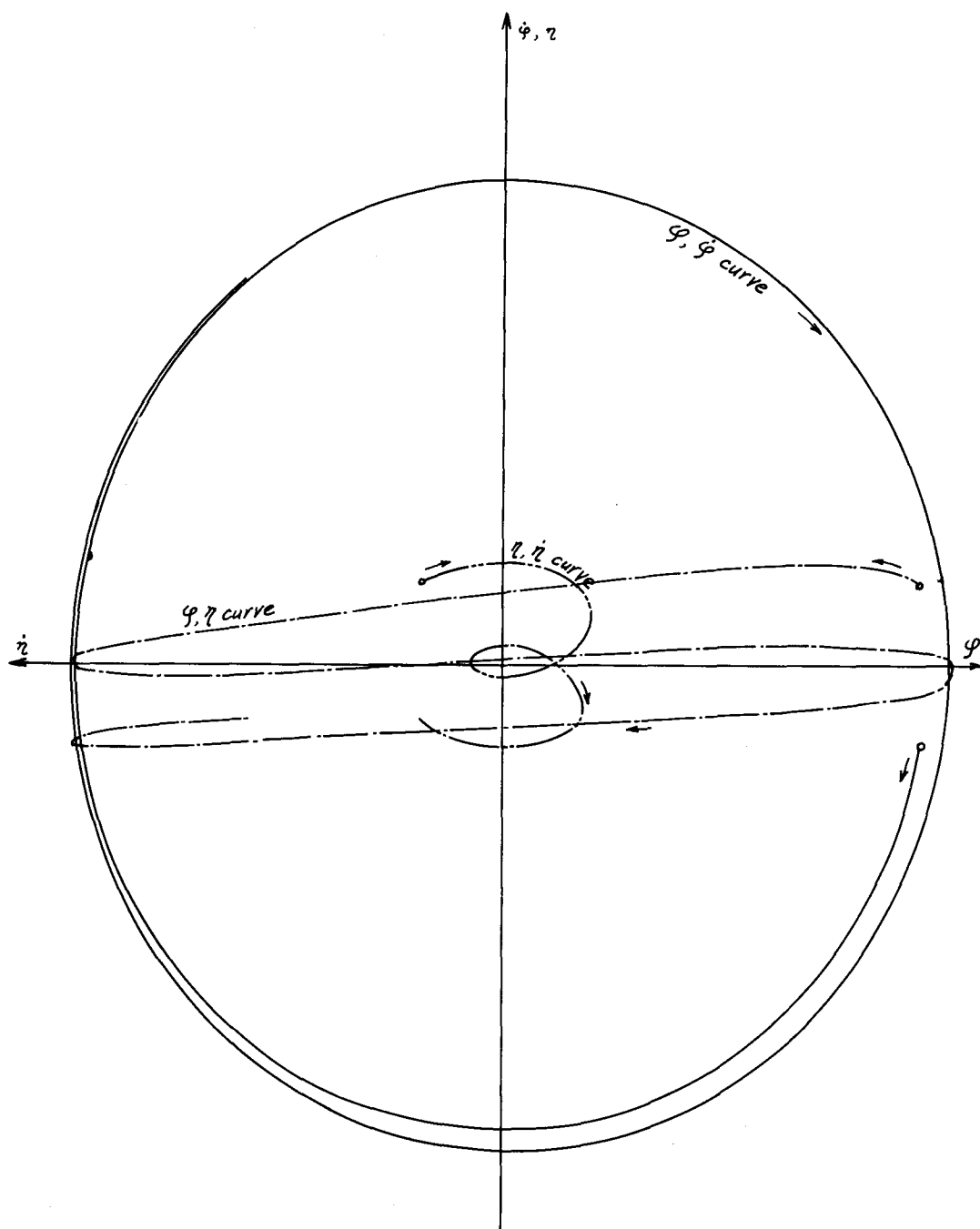


図-5 Phase Plane における作図例 (h_{33} を考慮した場合)

上記のような一般的な非線型空気力係数を全て求めることは必ずしも必要ではないと思われる。
いま, Theodorsen 関数によって与えられる空気力係数について考えれば, 平板まわりの流れにおいて
平板を横切ることはなく, ガスの上面の鉛直方向の速度成分と下面のそれとが等しくなり, また Kutta
の条件を満足する速度ポテンシャルより求められているから, ある回転変位 ψ に対して, 鉛直方向の
変位は $b \sin \psi$ となる。したがって, このような幾何学的条件を意味した基礎方程式はオーム項のみと
すれば, 次のように与えられることになる。

$$\ddot{\eta} + 2S_0\omega_0\dot{\eta} + \omega_0^2\eta = H_1\dot{\eta} + H_2\dot{\psi}(1-\frac{\psi^2}{2}) + H_3(1-\frac{\psi^2}{6})\psi$$

$$\ddot{\psi} + 2S_\alpha\omega_\alpha\dot{\psi} + \omega_\alpha^2\psi = A_1\dot{\eta} + A_2\dot{\psi}(1-\frac{\psi^2}{2}) + A_3(1-\frac{\psi^2}{6})\psi$$

これは, 上記の非線型空気力の特別の場合にあてがうが, 一般に空気力係数 H_1 は負であり, 線型の
傾向が大であると思われる。また安定した値となり, 非線型の影響は小さいと思われる。 A_1 ,
 H_1 , H_3 は連成項であり, 一般にはより詳細結果はかなりどうつくようであり, またトラスのような
安定した断面形でかなり小さく, 振動系の応答に対してはかなり小さいものと思われる。これらよ
り, 非線型空気力項として最も重要なものは, 空気力係数 A_2 に関するものと考えるのが妥当であ
う。簡単のため, A_1 を無視し, A_2 に関する非線型項も無視すれば, 上の方程式は,

$$\frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{\{A_2(1-\frac{\psi^2}{2}) - 2S_0\omega_0\}\psi - (\omega_\alpha^2 - A_3)\psi}{\psi}$$

に代り, $\psi = \dot{\psi}$ となる。

いま $A_2 - 2S_0\omega_0 > 0$ (プレート・ガ－グ－形式) で, ψ small とすれ
ば, $\psi - \varphi$ なる Phase Plane の原点近傍の解軌道は不安定な spiral
となることに注意し, $\varphi \rightarrow \text{large}$ の領域では,

$$\frac{d\psi}{d\varphi} = -\frac{(\omega_\alpha^2 - A_3)\psi}{\psi} - \frac{A_2\psi^2}{2\varphi^2}$$

となり, これは右図に示すように安定な解軌道となり, ある振巾での
Limit Cycle の存在が考えられる。トラス形式では, 逆に小さな振巾で
は安定, 大振巾で不安定となる。これらの考察は従来の実験結果と一
致するものであるが, さらには詳細な計算結果は当日報告する予定であ
る。

文献

- 1) G. V. Parkinson & J. D. Smith : Jnl Applied Mechanics vol. 29, 1962. pp 444 - 445
- 2) G. V. Parkinson & J. D. Smith : Quant. Jnl. Mech. & Applied Mech., vol 27, Pts 2, 1964
- 3) R. Scanlan & Ali Sabzevari : ASCE Str. Eng'g Conf. / Seattle, Washington, May, 1967
- 4) R. Scanlan & Rosenbaum : Introduction to the Study of Aircraft Vibration & Flutter
Macmillan, pp 382 - 397

