I-71　変断面箱桁の拘束ねじり応力について

北海道大学　正員　工博　横道 英雄
〃　学生員　工修　佐伯 昇
〃　〃　○島田 勝

1. まえがき

変断面箱桁はとくに不静定コンクリート桁橋に多く用いられる。本論文ではその弾性領域におけるねじり応力に関し、桁軸方向の変形（反り）に対する拘束の影響を考慮した場合と無視した場合の数値計算を、1端単純支承他端固定の場合および両端固定の場合について行った計算例について比較してみた。

2. 解析の概要

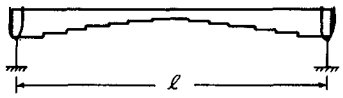


図 1.

2.1　単純ねじりの微分方程式は一般に

$$T = GI_t \frac{d\theta}{dx} \qquad (1)$$

であり、図1に示すように両支点においてねじり角が0であるから不静定ねじりモーメント X_T が生ずる。δ_{11} を $X_T=1$ が載荷した場合の X_T のなす仕事

δ_{10} は $X_T=1$ がなす変形による T_0 がなす仕事とすると

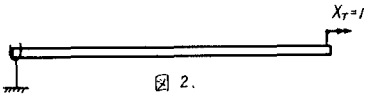


図 2.

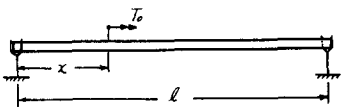


図 3.

$$\delta_{11} = \int_0^{\ell} \frac{1}{GI_t}\,dx \quad , \quad \delta_{10} = \int_0^{x} \frac{1}{GI_t}\,dx$$

$$\delta_{11} X_T + \delta_{10} = 0 \qquad (2)$$

であるから

$$X_T = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} \qquad (3)$$

$$T = T_0 + X_T T_x = T_0\left(1 - \frac{\delta_{10}}{\delta_{11}}\right) = T_0 \lambda_i$$

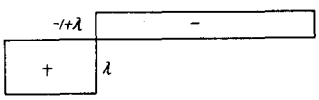


図 4. ねじりモーメント図

変断面を n 分割してその各々のねじり剛性を GI_{tk} とし分割の距離を Δx_k とすれば

$$\lambda_i = \frac{\frac{1}{GI_{ti}}\Delta x_i + \cdots\cdots + \frac{1}{GI_{tn}}\Delta x_n}{\frac{1}{GI_{t1}}\Delta x_1 + \cdots + \frac{1}{GI_{tk}}\Delta x_k + \cdots\cdots + \frac{1}{GI_{tn}}\Delta x_n} \qquad (4)$$

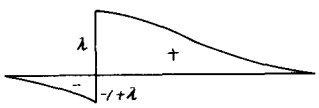


図 5. ねじりモーメント影響線

x ねじり角 θ　荷重点 a とすると

$$0 < x < a \qquad \theta_x = \lambda_a \int_0^{x} \frac{1}{GI_t}\,dx$$

$$a < x < \ell \qquad \theta_x = \lambda_a \int_0^{a} \frac{1}{GI_t}\,dx + (-1+\lambda_a)\int_a^{x} \frac{1}{GI_t}\,dx \qquad (5)$$

2.2　拘束ねじりの微分方程式は(6)式で表わされるが変断面を解く場合差分方程式を用いる方法[1]と釣合条件と連続条件を用いてマトリックス[2]で解く方法がある。これを示すと

2-2-1　差分による解法

$$\frac{d}{dx}\left(EC_M \frac{d^2\theta}{dx^2}\right) - GI_t \frac{d\theta}{dx} - T = 0 \qquad (6)$$

$$\dddot{\theta} - \lambda^2 \dot{\theta} + \mu T(x) = 0$$ と仮定すれば

$$\ddot{y} - a(x) + b(x) = 0 \qquad (7)$$

$$\lambda(x) = \sqrt{\frac{GI_t}{EC_M}} \qquad m_t = GI_t\dot{\theta} \qquad \bar{m}_t = -E\ddot{\theta}C_M \qquad \mu = \frac{1}{EC_M}$$

今 $W_m(\ddot{y})$, $W_m(a_y)$, $W_m(b)$ を夫々 $\ddot{y}$, a_y, b の die elastische Knotenlast とすると(7)式を変形して

$$\Delta x W_m(\ddot{y}) - \Delta x W_m(a_y) + \Delta x W_m(b) = 0$$

parabelform の分布と仮定すると $W_m(y) = \frac{\Delta x}{12}(y_{m-1} + 10y_m + y_{m+1})$

am Anfang $W_0(y) = \frac{\Delta x}{24}(7y_0 + 6y_1 - y_2)$

又近似的に $\Delta x W_m(\ddot{y}) = y_{m-1} - 2y_m + y_{m+1}$ であるから

$$y_{m-1}(\bar{a}_{m-1} - 1) + y_m(10\bar{a}_m + 2) + y_{m+1}(\bar{a}_{m+1} - 1) = \Delta x W_m(b)$$

ここで $\Delta x W_m(b) = \bar{b}_{m-1} + 10\bar{b}_m + \bar{b}_{m+1}$

am Anfang 及び左側のみによる Knotenlast は

$$\Delta x W_0(b) = 3.5b_0 + b_1 - 0.5b_2, \quad \Delta x W_m^{\ell}(b) = 1.5\bar{b}_{m-1} + 5\bar{b}_m - 0.5\bar{b}_{m+1}, \quad \bar{a}_m = \frac{\Delta x}{12}a_m, \quad \bar{b}_m = \frac{\Delta x}{12}b_m$$

2-2-2 釣合条件と連続条件による解

$$\frac{d^2M_w}{dx^2} - \lambda^2 M_w = 0$$ を用いて $$M_w = M_{wa}\frac{\sinh\lambda x'}{\sinh\lambda t} + M_{wb}\frac{\sinh\lambda x}{\sinh\lambda t}$$

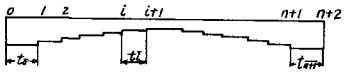


図 6

$$T = \frac{M_{wb} - M_{wa}}{t} + GI_t\frac{\theta_b - \theta_a}{t}$$

$$T_i - T_{i-1} = -m_i \quad と \quad \left(\frac{d\theta}{dx}\right)_R = \left(\frac{d\theta}{dx}\right)_L$$

から断面力を計算する。

3. 数値計算及び考察

活荷重はL荷重とする。線荷重 5 t/m, 等分布荷重 0.35 t/m², 有効幅員 7.0 m PRCラーメン箱桁橋の上姫川橋[3]の構造形式を用いた。

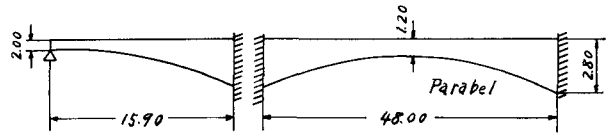
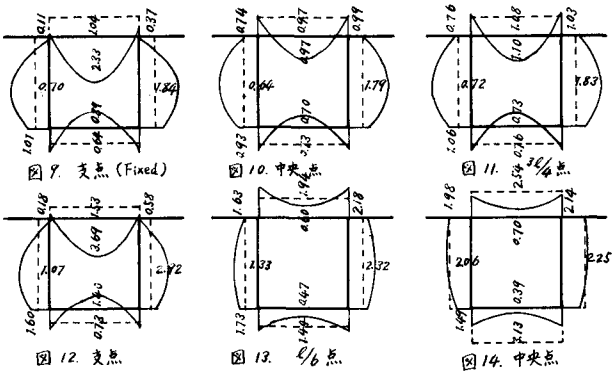


図 7. 図 8

図9, 10, 11は1端単純、他端固定の場合、図12, 13, 14は両端固定の場合の単純ねじりと拘束ねじりの場合のせん断応力の比較をした。単純ねじりによるせん断応力は Bredt の応力が大きくなるため、せん断応力は厚さに影響されるだけで一定の分布になる。それに対して拘束ねじりによるせん断応力は2次ねじり応力が影響するため応力分布は曲線になりその最大の時は単純ねじりの約2倍ぐらいの大きさのせん断応力が局部に生ずることになる。この点から拘束ねじりの計算が必要である。又2-2-1 2-2-2の解にはほとんど差がなかった。



文献 1), 3) Statische Berechnung der Kamikime Kawa Bashi - II Yokomichi Seminar

2) 電子計算機による構造解析 大地 羊三