

北海道大学 学生員 工修 佐伯 舟
○ 小野 满

1. まえがき

広い幅員の橋では、2本の変断面箱桁を採用する場合が多い。本論文は析に偏心荷重が載荷される場合、2本の箱桁の連結をヒンジと考へ、セン断力のみ伝達する構造として解析を行った。

これらに関する論文には Blieger¹⁾ Brett Hauer²⁾ Mehnal³⁾ 等の研究があるが、この論文では変断面で一端固定他端自由の場合、又両端固定の場合について差分方程式を用いて数値計算を行った。

2. 理論の概要

図1に示しているように、板の中央で切断すると不静定のセン断力、曲げモーメント、軸方向力が生ずるが、BOXとBOXの連結をヒンジとし、不静定セン断力のみ挿入する。又図2に示しているような荷重の場合、 P_s と P_0 とに分けて考えると

$$P = P_0 + P_s \quad \dots \dots \quad (1)$$

となり、 P_0 は不静定力を生じないで一本の析として計算できる。

P はBOXとBOXの中央にヒンジを挿入したものと同じもの

となる。荷重 P によって生ずるセン断点の変位 δ_p は析の

垂直変位 W_p とねじりモーメントによる変位 $\alpha\theta_p$ 、片持板としての変位 f_p の和である。

$$\delta_p = W_p + \alpha\theta_p + f_p \quad \dots \dots \quad (2)$$

荷重と各変位との関係は

$$\frac{d^2}{dx^2}(EI_x \frac{dW_p(x)}{dx^2}) = P(x), \quad \frac{d}{dx}(G_I \frac{d\theta_p(x)}{dx}) = -\alpha(x) \alpha P(x)$$

$$f_p(x) = \frac{\alpha x}{E I_p} P(x) \quad G_I \frac{d\theta_p}{dx} = M_p(x)$$

不静定セン断力による変位 δ_X も同様に

$$\delta_X = W_X(x) + \alpha\theta_X(x) + f_X \quad \dots \dots \quad (3)$$

不静定セン断力と変位との関係は

$$\frac{d^2}{dx^2}(EI_x \frac{d^2W_X(x)}{dx^2}) = X(x), \quad \frac{d}{dx}(G_I \frac{d\theta_X(x)}{dx}) = -\alpha X(x)$$

$$f_X(x) = \frac{\alpha x}{E I_p} X(x) \quad G_I \frac{d\theta_X}{dx} = M_X(x)$$

連続条件より $\delta_p(x) + \delta_X(x) = 0$ であるから

$$\begin{aligned} X(x) - \alpha^2 \frac{d^2}{dx^2} [EI_x \frac{d}{dx} (\frac{1}{G_I} \int_0^x X dx)] + \frac{d^2}{dx^2} [EI_x \frac{d^2}{dx^2} (\frac{\alpha x}{E I_p} X)] \\ = -P_1(x) - \alpha \cdot \frac{d^2}{dx^2} [EI_x \frac{d}{dx} (\frac{M_p}{G_I})] - \frac{d^2}{dx^2} [EI_x \frac{d^2}{dx^2} (\frac{\alpha x}{E I_p} P)] \quad \dots \dots \quad (4) \end{aligned}$$



図1

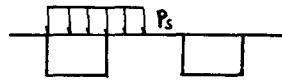


図2-a

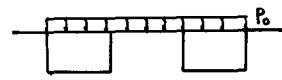


図2-b

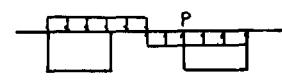


図2-c

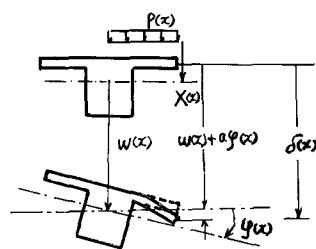


図3

3. 差分方程式による表示

(4)式において、 I_{k+1} が大きいと考えて左辺の第2項と右辺の第2項を省略する。又 P によるねじりモーメントは偏心が小さいと考えられるから右辺の第3項を省略する。

$$t = \frac{P}{I}, \quad \gamma_1 = \frac{I^4 T P}{\alpha_x I_{xc}}, \quad i_k = \frac{I_x}{I_{xc}} \quad \gamma_2 = \gamma (4t)^4$$

$$i_k = i_2 + i_{k+1} + 4i_k + i_{k+1} \quad C_k = -2(i_{k-1} + i_k)$$

と置いて(4)式を差分方程式で表示すると

$$i_{k-1} X_{k-2} + i_k X_{k-1} + C_k X_k + i_{k+1} X_{k+1} + i_{k+2} X_{k+2} = -\gamma_2 P_k \quad \dots \dots \dots (5)$$

3.1 固定端における境界条件

$$\delta p(0) + \delta_x(0) = 0 \quad \dots \dots \dots (6)$$

$$\delta_p'(0) + \delta_x'(0) = 0 \quad \dots \dots \dots (7)$$

支点における $W_p = W_x = \theta_p = \theta_x = 0$ であるから(6)式より

$$X(0) = -\frac{\alpha_x}{E I_p} P \quad \dots \dots \dots (8)$$

$$(7) \text{式より} \quad \alpha \cdot \frac{1}{G I_x} M_p(0) + \alpha \cdot \frac{1}{G I_x} M_x(0) + \frac{\alpha_x(0)}{E I_p} X(0) = 0$$

$$M_{x0}(0) = \alpha \delta_x \int_0^l p \alpha dt \quad M_{x0}(0) = \alpha \int_0^l X \alpha dt, \quad \mu = \frac{\alpha^2 l^2 E I_p}{4 \pi^2 G I_x}$$

$$X(0) - 4\mu r^2 (\int_0^l p - \frac{1}{4\pi^2} (X''(0) - 4\mu r^2 X(0))) = -4\mu r^2 \alpha P \quad \dots \dots \dots (9)$$

$$\mu = 0, \quad \alpha_p = 0 \quad \therefore i_0 X_1 + C_1 X_0 + i_1 X_1 + C_2 X_2 + i_2 X_3 = -\gamma_2 P, \quad \dots \dots \dots (10)$$

(8), (9), (10) より 差分で表示すると

$$(i_0 + i_1) X_1 + C_2 X_2 + i_3 X_3 = -\gamma_2 P \quad \dots \dots \dots (11)$$

3.2 自由端における境界条件

$$\delta_p''(l) + \delta_x''(l) = 0 \quad \text{より}$$

$$X''(l) - 4\mu r^2 X(l) = 4\mu r^2 \alpha P$$

$$\delta''(l) + \delta''(l) = 0 \quad \text{より}$$

$$X''(l) - 4\mu r^2 X(l) = 0 \quad \text{となる。これを差分に置換えると各々}$$

$$i_{n-2} X_{n-3} + (i_{n-1} X_{n-2} + (i_{n-1} - i_n) X_{n-1} - 2i_{n-1} X_n) = -\gamma_2 P_{n-1} \quad \dots \dots \dots (12)$$

$$i_{n-1} X_{n-2} - 2i_{n-1} X_{n-1} + (\frac{1}{2} i_2 + i_{n-1}) X_n = -\frac{1}{2} \gamma_2 P_n \quad \dots \dots \dots (13)$$

4 数値計算例

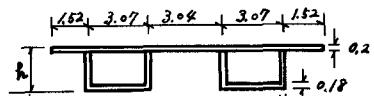
桁高は $y = ax^2 + bx + c$ とする。荷重は P_m の荷重を 1 t/m^2 等分布として

片持桁の応力を支点で図10, 不静定力図9, 両端固定の応力を支点で図13, 中央で図14で示した。

文献 1) Vorberechnung zweistegiger platten Balken Dr.Ing.Klaus-Wolfgang Bieger, Beton und Stahlbeton Bau 9/1982

2) Zur Lastverteilung bei unsymmetrisch geraden und gekrümmten zweistegigen platten balken, Brüthauer „1/1983“

3) Des zweistegigen symmetrischen platten Balkens unter Einseitiger Belastung, Dr. Mehmel



$$h = ax^2 + bx + c \quad 0.36$$

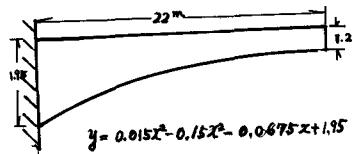


図9 不静定力図

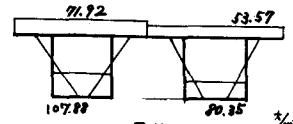
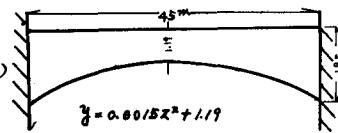


図10



$$y = 0.0015x^2 + 1.19$$

図11 不静定力図

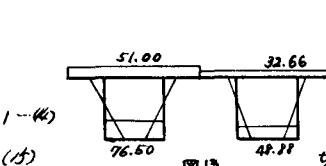


図12

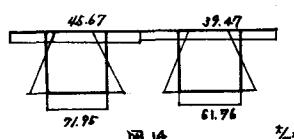


図13