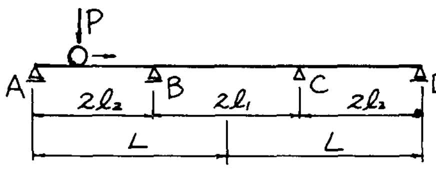
I-65　　移動荷重をうけるはりの最小重量設計

信州大学工学部　正会員　○ 草間孝志
信州大学工学部　正会員　　吉田俊弥

単一移動荷重をうける部材に対する最小重量設計の問題は，両端固定ばりについては，M.R.Horneによって研究されている[1]。本文は，Horneの研究の拡張として，連続ばりを対称として計算を行なったものである。一例として，図－1に示すような両側スパンの長さが等しい3スパン連続ばりを考えよう。



図－1

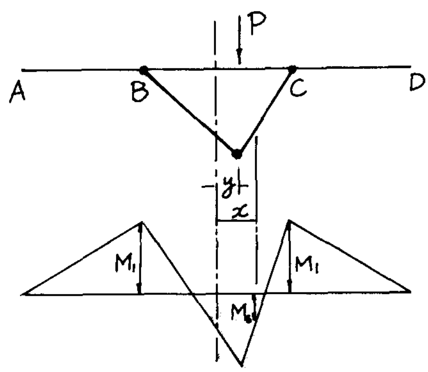
1）荷重がBC上にある場合　（図－2）

図－2のような崩壊機構を考え，図示の記号を用いると中央点よりxなる位置の曲げモーメントは，荷重の位置yの値によって，正負2通りの場合が考えられる。いま，正曲げモーメントをM_S，負曲げモーメントをM_Hとし，対称性よりB，C点の全塑性モーメントをM_1とすると，

$$\left.\begin{aligned} x>y \qquad M_s &= \frac{(\ell_1+y)(\ell_1-x)}{2\ell_1}P - M_1 \\ x<y \qquad M_s &= \frac{(\ell_1-y)(\ell_1+x)}{2\ell_1}P - M_1 \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

となる。上式はx，yが負の場合にも成り立つ，M_Hは$M_H=-M_S$によって与えられる。式－（1）からM_Sの最大値は，$y=x$のときであるから，M_Sの最大値は

$$M_s = \frac{\ell_1^2 - x^2}{2\ell_1}P - M_1 \qquad (2)$$



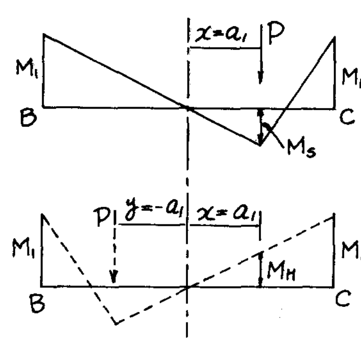
図－2

図－3に示すように，$M_S=M_H$となるときの状態を$x=\pm a_1$，$y=\pm a_1$とし，M_SとM_Hの大きい方を全塑性モーメントM_pで表わすと，式（1），（2）より，$0<x<\ell_1$に対し次式を得る。

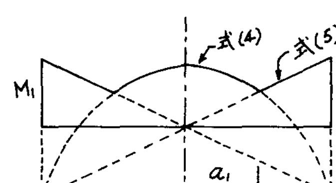
$$M_1 = P(\ell_1 - a_1)/2 \qquad (3)$$

$$0<x<a_1 \qquad M_p = \frac{\ell_1 a_1 - x^2}{2\ell_1}P \qquad (4)$$

$$a_1<x<\ell_1 \qquad M_p = \frac{(\ell_1 - a_1)x}{2\ell_1}P \qquad (5)$$



図－3



図－4

2）荷重がCD上にある場合　（図－5）

この場合の崩壊機構としては，図－5のような崩壊機構を考える。M_sならびにM_Hの最大値は

$$M_S=\frac{(2l_2-x)x}{2l_2}P-\frac{2l_2-x}{2l_2}M_1,\quad M_H=\frac{2l_2-x}{2l_2}M_1$$

いま $x=a_2$ で $M_S=M_H$ とすると，

$$M_1=Pa_2/2 \tag{6}$$

式（3）と式（6）より　$a_2=l_1-a_1$　(7)

CD部材の全塑性モーメントは

$$0<x<a_2\qquad M_p=\frac{(l_1-a_1)(2l_2-x)}{4l_2}P \tag{8}$$

$$a_2<x<2l_2\qquad M_p=\frac{(2l_2-x)(2x-l_1+a_1)}{4l_2}P \tag{9}$$

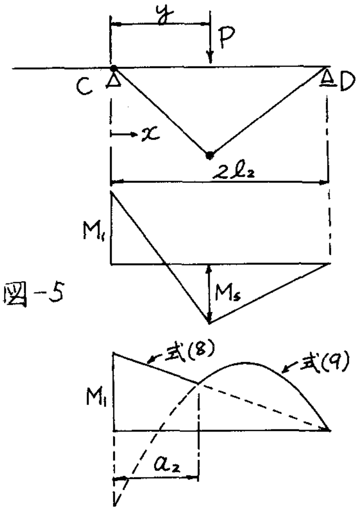


図-5

3）a_1 ならびに M_p の決定

M_p を与える式は，いづれも a_1 を含んでいる。最も効果的な a_1 を決定するためには全重量 W を最小にするような a_1 を求めればよい。いま単位長さ当りの重量 w を $w=kM_p^n$ とおくと

$$W=\frac{2k\bar{M}^nL}{(1+\gamma)^{n+1}}\left[\int_0^{\alpha_1}(\alpha_1-\xi^2)^n d\xi+(1-\alpha_1)^n\int_{\alpha_1}^1\xi^2 d\xi+\left(\frac{1-\alpha_1}{\gamma}\right)^n\int_0^{1-\alpha_1}(\gamma-\xi)^n d\xi+\frac{1}{\gamma^n}\int_{1-\alpha_1}^{\gamma}\{(\gamma-\xi)(2\xi-1+\alpha_1)\}^n d\xi\right] \tag{10}$$

ここに，$\bar{M}=PL/2$，$\alpha_1=a_1/l_1$，$\xi=x/l_1$，$\gamma=2l_2/l_1$ である。この W を最小にするには $dW/d\alpha_1=0$，これより次式を得る．（n の値は一般に $n=0.6$ または $n=2/3$ 程度である。）

$$\int_0^{\alpha_1}(\alpha_1-\xi^2)^{n-1}d\xi-\frac{1}{n+1}(1-\alpha_1)^{n-1}(1-\alpha_1^{n+1})+\frac{1}{\gamma^n}\left[\frac{1}{n+1}(1-\alpha_1)^{n-1}\left\{(\gamma-1+\alpha_1)^{n+1}-\gamma^{n+1}\right\}+\int_{1-\alpha_1}^{\gamma}(\gamma-\xi)^n(2\xi-1+\alpha_1)^{n-1}d\xi\right]=0 \tag{11}$$

上式より l_1/l_2 を与えたときの a_1/l_1 の値が求まるから，式(4)，(5)，(8)，(9)より最も重量が小さいときの M_p 曲線が決定される。そしてそのときの W は式(10)より求められる。図-6 は式(11)の計算結果であり，図-7 は $L=l_1+2l_2=$ 一定 の場合に，全部材とも同一断面化したときと比較して重量がどの程度軽減されるかを求めたものである．

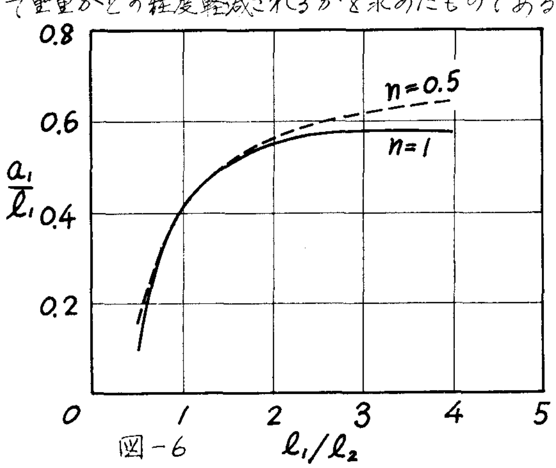


図-6

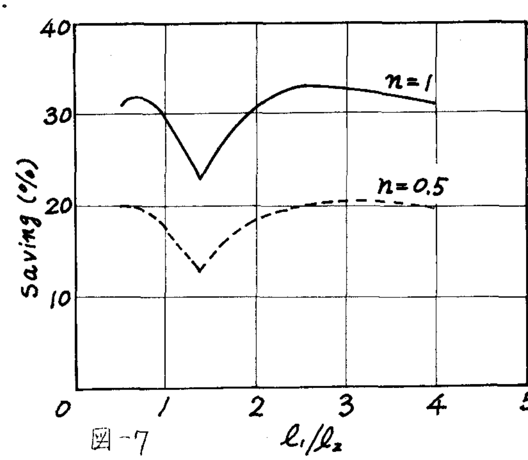


図-7

1). M.R.Horne. Determination of the Shape of Fixed-ended Beams for Maximum Economy According to the Plastic Theory. Preliminary Publication, and Final Report, International Association for Bridge and Structural Engineering, 4th Congress, Cambridge and London (1953).