I-52

演算子法による鋼床版の解析

信州大学　学生員　○小川泰造
信州大学　正員　谷本勉之助
信州大学　正員　夏目正太郎

1. はじめに.

近年鋼床版を用いた橋梁が盛んに採用されている．まだコストや製作上の問題点が残ってはいるが，他の面で多くの利点がある．今後更に広く採用されるであろう．鋼床版は一般に直交異方性板理論や格子構造理論に基づいた種々の方法によって解析されているが，本研究は直交異方性板理論により演算子法[1]の立場から解析を試みた．

2. 基本微分方程式と一般解.

直交異方性板の微分方程式は

$$D_x\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2H\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+D_y\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}=0, \tag{1}$$

で与えられる．ここに D_x，D_y は x，y 方向の剛度，H は有効ねじり剛度である．式(1)の一般解は $H=\sqrt{D_x D_y}$ の場合

$$\begin{vmatrix} w \\ w' \end{vmatrix}=\sum_{n=1}^{\infty}\lfloor ch\lambda y \quad sh\lambda y \quad \lambda y\, ch\lambda y \quad \lambda y\, sh\lambda y \rfloor \begin{vmatrix} \mathbb{X} \\ \mathbb{X}' \end{vmatrix}_n, \tag{2}$$

ここに $\lambda=\frac{n\pi}{L}\sqrt{H/D_y}$ で，$\mathbb{X}$，$\mathbb{X}'$ は積分定数群である．演算子法によれば $\mathbb{K}$ を荷重マトリクスとして $\mathbb{X}'=\mathbb{X}+\mathbb{K}$ の関係にある．$\mathbb{K}$ は連続条件より求められる．

状態ベクトルは

$$\mathbb{W}=\begin{bmatrix} w \\ \theta_y \\ M_y \\ S_y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ -\left(D_y\frac{\partial^2}{\partial y^2}+D_1\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \\ -\frac{\partial}{\partial y}\left(D_y\frac{\partial^2}{\partial y^2}+H\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \end{bmatrix} w,\quad \text{又は}\quad \mathbb{W}=\mathbb{R}(x,y)\mathbb{X} \tag{3}$$

で与えられる．

3. Floor-Beam (横リブ) の処理と移行式.

図-1 に示すように鋼床版が各Unit 間で Floor-Beam で支えられているものとし，Floor-Beam からの反力を Fourier 級数に展開した場合，各Unit 間の結合条件は n 次ごとの移行式として

$$\mathbb{X}_r=\mathbb{R}^{-1}(x,0)\,\mathbb{S}\,\mathbb{R}(x,B)\,\mathbb{X}'_{r-1},\quad \mathbb{X}_r=\mathbb{L}_r\mathbb{X}'_{r-1} \tag{4}$$

が得られる．ここに $\mathbb{L}_r$ は移行演算子と呼ばれる結合子であり，$\mathbb{S}$ は Floor-Beam の反力による

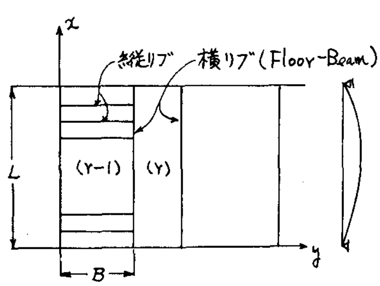


図-1.

バネマトリクスで次のような配列である：

$$\mathbb{S}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&\alpha&1&0\\\beta&0&0&1\end{bmatrix},\qquad(5)$$

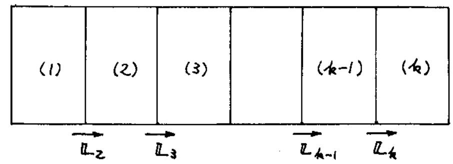


図-2.

ここに α は捩り反力による影響で，β は せん断反力によるものである．

4. 境界条件式.

式(4)を繰り返し用いることにより n 次ごとに右端(k) Unit の積分定数が得られる：

$$\mathbb{X}_k=\mathbb{L}_k\mathbb{L}_{k-1}\cdots\mathbb{L}_2\mathbb{X}_1+\lfloor\mathbb{L}_k\mathbb{L}_{k-1}\cdots\mathbb{L}_2,\ \ \mathbb{L}_k\mathbb{L}_{k-1}\cdots\mathbb{L}_3,\ ---,\ \mathbb{L}_k\rfloor$$

$$\times\{\mathbb{K}_1\ \ \mathbb{K}_2\ ---\ \mathbb{K}_{k-1}\ \ \mathbb{K}_k\}.\qquad(6)$$

単純支持の場合境界条件式は

$$\begin{bmatrix}w\\M\end{bmatrix}_1=0,\ \ と\ \ \begin{bmatrix}w\\M\end{bmatrix}'_k=0,\quad 又は\quad \mathbb{B}\mathbb{X}_1=0,\ \ と\ \ \mathbb{B}'\mathbb{X}'_k=0\qquad(7)$$

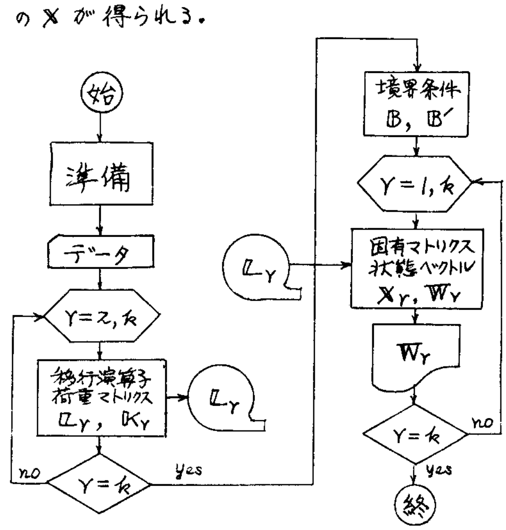
であるので，最終式は

$$\mathbb{X}_1=-\begin{bmatrix}\mathbb{B}\\\mathbb{B}'\lfloor\mathbb{L}_k\rfloor\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}0\\\mathbb{B}'\lfloor\mathbb{L}_k\rfloor_k\end{bmatrix}\{\mathbb{K}_k\},\quad 又は\quad \mathbb{X}_1=\lfloor\mathbb{G}\rfloor\{\mathbb{K}\},\qquad(8)$$

ここに $\lfloor\mathbb{G}\rfloor$ は図形マトリクスと呼ばれ構造物の形状によって定まるものである．影響線を求める場合 $\mathbb{G}$ が求まれば荷重マトリクス $\mathbb{K}$ を変えることにより容易に求められる．式(8)で $\mathbb{X}_1$ が求まるので 式(4)の繰返し演算によって 各 Unit の $\mathbb{X}$ が得られる．

5. 結び.

複雑な解析も演算子法によれば データー分類が完全であるので単純な漸化処理法によって解析される．Fourier 級数の精度の問題は残るが多元の連立方程式を解く労を要しないので 演算時間の短縮が可能である．本法は F. W. Mader[2] の遷移行列法による解析よりも次元数が低く，また図形マトリクスと荷重マトリクスが分離しているので 影響線を求める場合はるかに能率のよいものである．



1) B. Tanimoto: "Operational Method for Continuous Beams," ASCE, December, 1964, pp. 28

2) F. W. Mader: "Berechnung orthotroper Pllatten mit Hilfe von Übertragungsmatrizen," Der Stahlbau, Vol. 28, No.8, August, 1959, pp. 223-227