

1. まえがき 等方性の連続長方形板については、E. Bittner, K. Girkmann 等の多くの研究がある。ここでは、中間の剛線支持を無限数の点支持の集合と考え、この点支持の間に不静定力として、直交関数である正弦関数を Lastgruppen として選んで、この不静定力を決定した。簡単な一例として、相対する2辺が単純支持され他の2辺も単純支持されている等方性の長方形板において、中間に1個の剛線支持を有する場合の曲げモーメント影響面について述べる。

2. 相対する2辺が単純支持され他の2辺も単純支持されている長方形板の解 等方性板の撓み曲面 w の基礎微分方程式は次のように与えられる。

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{K} \quad (1)$$

ここに、 p は荷重強度、 K は曲げ剛度

図-1の平板において、 $y=v$ に

$$\bar{p}(x) = \sum_n \bar{P}_n \sin \alpha_n x \quad (2)$$

ここに、 $\bar{P}_n$ は任意定数、 $\alpha_n = \frac{n\pi}{a}$ 、 $n = 1, 2, 3, \dots$

が荷重として作用するとき、平板を $y=v$ で切り離して考え

ると、式(1)に属する同次方程式の一般解が有効となる。そし

て、 $y=0$ 、 $y=v$ の境界条件と、 $y=v$ の連続条件から解が求め

られる。M. Lévy の方法により定数を求めて整理すると、撓み曲面 w の解は次のようになる。

$$0 \leq y \leq v \quad w = \frac{1}{2K} \sum_n \frac{\bar{P}_n}{\alpha_n^3 \sinh \alpha_n b} \Xi(v, y) \sin \alpha_n x$$

ここに、 $\Xi(v, y) = (a \sinh \alpha_n v - \alpha_n v \cosh \alpha_n v) + \alpha_n b \sinh \alpha_n v \cosh \alpha_n b \sinh \alpha_n y - \alpha_n y \sinh \alpha_n v \cosh \alpha_n y$

$$0 \leq y \leq v \quad w' = \frac{1}{2K} \sum_n \frac{\bar{P}_n}{\alpha_n^2 \sinh \alpha_n b} \Xi'(v, y) \sin \alpha_n x$$

ここに、 $\Xi'(v, y) = (b \sinh \alpha_n v - \alpha_n v \cosh \alpha_n v) + \alpha_n b \sinh \alpha_n v \cosh \alpha_n b \sinh \alpha_n y' - \alpha_n y' \sinh \alpha_n v \cosh \alpha_n y'$

ここで、 $y=v$ に正弦荷重 $\sin \alpha_n x$ が作用するとき、 $\bar{P}_n = \frac{2P}{a} \sin \alpha_n x \sin \alpha_n x \, dx$ を、また、 $x=u$ 、 $y=v$ の点

に集中荷重 P が作用するとき、 $\bar{P}_n = \frac{2P}{a} \sin \alpha_n u$ を代入すればよい。なお、以下の式における $\Xi(\frac{a}{2}, \frac{a}{2})$ 、

$\Xi(\frac{a}{2}, v)$ 、 $\dots$ は、 $\Xi(v, y)$ の右辺にそれぞれ対応する文字を入れ替えて得られる。

3. 2径間連続板の曲げモーメント影響面 図-1の $v=\frac{b}{2}$ に剛線支持を有する2径間連続板において、剛線支持を無限数の点支持の集合と考えるとき、これは、無限数の点支持を有する連続板としての取り扱いをすることができる。すなわち、中間の点支持を除く長方形板を基本系とし、かわりに不静定力として $X_1 = \sin \alpha x$ を導入する。このときの不静定力影響面は次の式から得られる。

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_m \end{bmatrix} + P \begin{bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \end{bmatrix} = 0 \quad (4)$$

ここに、 δ_{ij} = 基本系において $X_j = \sin \alpha_j x$ の力と $X_i = \sin \alpha_i x$ による撓みとの間でなす仕事

δ_{i0} = 基本系において $X_1 = \sin \alpha x$ による撓み曲面(図)に相当、 $i, j = 1, 2, 3, \dots$

ここで、 δ_{ij} は式(4)において、 $\bar{F}_n = \frac{2}{a} \int_0^a \sin dx \sin dx$ を代入して得た撓みに $\sin dx$ を乗じ、区間(0,a)にて積分して求められる。不静定力としては直交関数である正弦関数を選んだから、式(4)の係数matrixは対角線要素のみが値をもち、対角線要素以外は0となる。

$$\delta_{ij} = \frac{1}{2K} \int_0^a \sum_n \frac{\frac{2}{a} \int_0^a \sin dx \sin dx}{a \sin kd \sin b} \Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right) \sin dx \sin dx = \begin{cases} \frac{a}{4Kd \sin kd \sin b} \Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right) & i=j=n \\ 0 & i \neq j=n \end{cases} \quad (5)$$

また、 δ_{00} は式(4)において、 $\bar{F}_n = \frac{2}{a} \int_0^a \sin dx \sin dx$ を代入して直ちに求められるから、不静定力影響面 $''X_i''$ 、 $''X_j''$ は次のように summation のつかない形で、それぞれ単独に求められる。

$$\begin{aligned} 0 \leq v \leq \frac{b}{2} \text{で} \quad ''X_i'' &= -\frac{\delta_{ii}}{\delta_{ii}} = -\frac{2}{a \Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right)} \Phi\left(\frac{b}{2}, v\right) \sin di u \\ 0 \leq v \leq \frac{b}{2} \text{で} \quad ''X_j'' &= -\frac{\delta_{ji}}{\delta_{ii}} = -\frac{2}{a \Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right)} \Phi\left(\frac{b}{2}, v\right) \sin di u \end{aligned} \quad (6)$$

したがって、2径間連続板の上を、 $P=1$ が作用して移動するときの撓み曲面影響面は、重ね合わせの法則により求めることができるから、曲げモーメント影響面を求める点が座標系(x,y)の範囲内にある場合の $''m_x(x,y)''$ 、 $''m_y(x,y)''$ は整理すると次のようになる。また、これを programming して、一例として、 $(x=\frac{a}{2}, y=\frac{b}{2})$ における $''m_x(x,y)''$ を図に描くと図-2のようになる。

$$\begin{aligned} 0 \leq v \leq \frac{b}{2} \text{で} \quad ''m_x(x,y)'' &= \frac{1}{a} \sum_n \frac{1}{a \sin kd \sin b} \left[(1-\mu) \Phi(v, y) + 2\mu \sin kd \sin v \sin kd \sin y \right] \sin di u \sin dx \\ &\quad - \frac{1}{a} \sum_n \frac{1}{a \sin kd \sin b} \Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right) \Phi\left(\frac{b}{2}, v\right) \left[(1-\mu) \Phi\left(\frac{b}{2}, y\right) + 2\mu \sin kd \sin \frac{b}{2} \sin kd \sin y \right] \sin di u \sin dx \\ y \leq v \leq \frac{b}{2} \text{で} \quad ''m_x(x,y)'' &= \frac{1}{a} \sum_n \frac{1}{a \sin kd \sin b} \left[(1-\mu) \Phi(v, y) + 2\mu \sin kd \sin v \sin kd \sin y \right] \sin di u \sin dx \\ &\quad - \frac{1}{a} \sum_n \frac{1}{a \sin kd \sin b} \Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right) \Phi\left(\frac{b}{2}, v\right) \left[(1-\mu) \Phi\left(\frac{b}{2}, y\right) + 2\mu \sin kd \sin \frac{b}{2} \sin kd \sin y \right] \sin di u \sin dx \\ 0 \leq v \leq \frac{b}{2} \text{で} \quad ''m_x(x,y)'' &= \frac{1}{a} \sum_n \frac{1}{a \sin kd \sin b} \left[(1-\mu) \Phi(v, y) + 2\mu \sin kd \sin v \sin kd \sin y \right] \sin di u \sin dx \\ &\quad - \frac{1}{a} \sum_n \frac{1}{a \sin kd \sin b} \Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right) \Phi\left(\frac{b}{2}, v\right) \left[(1-\mu) \Phi\left(\frac{b}{2}, y\right) + 2\mu \sin kd \sin \frac{b}{2} \sin kd \sin y \right] \sin di u \sin dx \\ 0 \leq v \leq \frac{b}{2} \text{で} \quad ''m_y(x,y)'' &= \frac{1}{a} \sum_n \frac{1}{a \sin kd \sin b} \left[(1-\mu) \Phi(v, y) - 2 \sin kd \sin v \sin kd \sin y \right] \sin di u \sin dx \\ &\quad + \frac{1}{a} \sum_n \frac{1}{a \sin kd \sin b} \Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right) \Phi\left(\frac{b}{2}, v\right) \left[(1-\mu) \Phi\left(\frac{b}{2}, y\right) - 2 \sin kd \sin \frac{b}{2} \sin kd \sin y \right] \sin di u \sin dx \\ y \leq v \leq \frac{b}{2} \text{で} \quad ''m_y(x,y)'' &= \frac{1}{a} \sum_n \frac{1}{a \sin kd \sin b} \left[(1-\mu) \Phi(v, y) - 2 \sin kd \sin v \sin kd \sin y \right] \sin di u \sin dx \\ &\quad + \frac{1}{a} \sum_n \frac{1}{a \sin kd \sin b} \Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right) \Phi\left(\frac{b}{2}, v\right) \left[(1-\mu) \Phi\left(\frac{b}{2}, y\right) - 2 \sin kd \sin \frac{b}{2} \sin kd \sin y \right] \sin di u \sin dx \\ 0 \leq v \leq \frac{b}{2} \text{で} \quad ''m_y(x,y)'' &= -\frac{1}{a} \sum_n \frac{1}{a \sin kd \sin b} \left[(1-\mu) \Phi(v, y) - 2 \sin kd \sin v \sin kd \sin y \right] \sin di u \sin dx \\ &\quad + \frac{1}{a} \sum_n \frac{1}{a \sin kd \sin b} \Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right) \Phi\left(\frac{b}{2}, v\right) \left[(1-\mu) \Phi\left(\frac{b}{2}, y\right) - 2 \sin kd \sin \frac{b}{2} \sin kd \sin y \right] \sin di u \sin dx \end{aligned} \quad (7)$$

4. あとがき

計算にあたっては、式(4)、(8)の第1項は集中荷重に関する項であり、また、第2項は線荷重に関する項で収束の度合が異なるので $n=11$ 、 $i=4$ で充分収束することを確認した。なお、これを拡張して、一般に n 径間連続板を解くことができる。

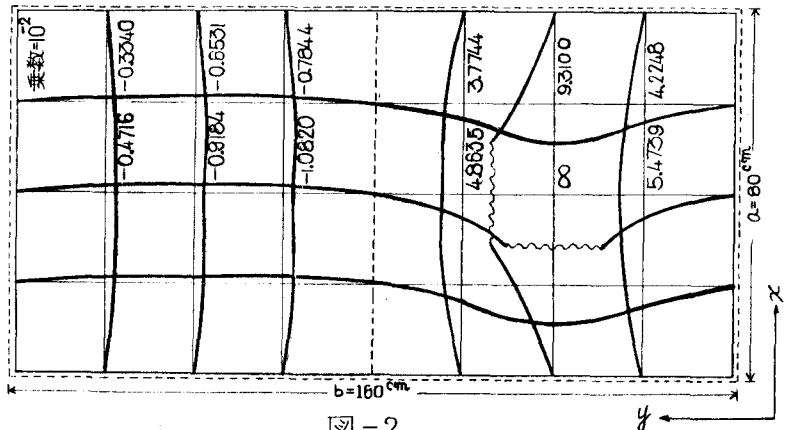


図-2