I-40　　演算子法による弾性床上の連続ボックス・ラーメンの解析

信州大学　正員　○石川　清志
正員　夏目正太郎
正員　谷本勉之助

1. まえがき

弾性床上の連続ボックス・ラーメンの構造系はしばしば実施面に応用され，解析するに非常に興味深いものである．しかしこの系の解析は弾性床上の部材が曲げ挙動を受ける処置において，いろいろと困難が生じると考えます．この力学系の解析のため基礎的仮定はこの弾性床上の部材の各点のたわみ，および軸変位に比例した分布反力が基礎地盤から部材に作用することである(Winklerの仮定).

2. 状態ベクトル

状態ベクトル(State Vector)は一般変位 $\mathbb{U}$，と一般力 $\mathbb{V}$ から成り

$$\mathbb{U}(\rho)_{ri} = \mathbb{P}(\rho)\left[\mathbb{X} + \langle \mathbb{K}(\rho) \rangle\right], \tag{1}$$

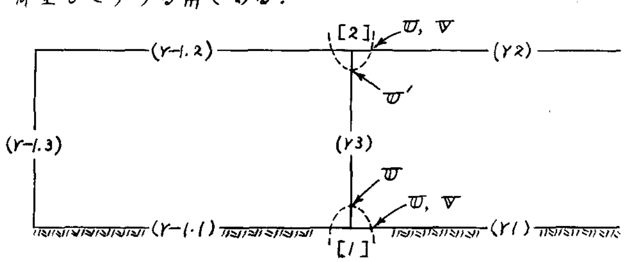
$$\mathbb{V}(\rho)_{ri} = \mathbb{Q}(\rho)\left[\mathbb{X} + \langle \mathbb{K}(\rho) \rangle\right], \tag{2}$$

ここにおいて，$i = 1, 2, 3$．$\mathbb{P}(\rho)$，$\mathbb{Q}(\rho)$は座標マトリクスである．$\mathbb{X}$は固有マトリクス(Eigenmatrix)で，$\mathbb{K}(\rho)$はρ点における荷重マトリクスである．

弾性床上の部材は i　1　とし，Winklerの仮定を含んだ座標マトリクスと荷重マトリクスをとる．その他の部材は i　2，3．とし，普通梁の標標マトリクスと荷重マトリクスをとる．

3. 漸化式

連続構造体系は単位構(Unit)の連続したものと考え，図－1から，ある2つの単位構所から変位および力釣り合を導き，また中間部材(r3)は部材の両端の変位適合性より部材(r-1.1)および部材(r-1.2)へ $\mathbb{X}_{r3}$ を分配し，上部材と下部材の移行だけにします．また荷重状態は任意でよく，とくに地震荷重等の水平荷重もとりうる解である．



図－1　2つの単位構

まず結合点[1]，および[2]において

$$\mathbb{U}'_{r-1.1} = \mathbb{U}_{r1} = \mathbb{R}\,\mathbb{U}_{r3}, \qquad -\mathbb{V}'_{r-1.1} - \mathbb{V}_{r1} + \mathbb{R}\,\mathbb{V}_{r3} = 0, \tag{3}$$

$$\mathbb{U}'_{r-1.2} = \mathbb{U}_{r2} = \mathbb{R}\,\mathbb{U}'_{r3}, \qquad -\mathbb{V}'_{r-1.2} + \mathbb{V}_{r2} - \mathbb{R}\,\mathbb{V}'_{r3} = 0, \tag{4}$$

これより

$$\mathbb{X}_{r1}=\mathbb{L}_{r1}^{1}(\mathbb{X}+\mathbb{K})_{r-1.1}+\mathbb{L}_{r1}^{2}\mathbb{X}_{r3},\tag{5}$$

$$\mathbb{X}_{r2}=\mathbb{L}_{r2}^{1}(\mathbb{X}+\mathbb{K})_{r-1.2}+\mathbb{L}_{r2}^{2}(\mathbb{X}+\mathbb{K})_{r3},\tag{6}$$

また (3), (4) において，他方の変位適合性より

$$\mathbb{X}_{r3}=\mathbb{L}_{r3}^{1}(\mathbb{X}+\mathbb{K})_{r-1.1}+\mathbb{L}_{r3}^{2}(\mathbb{X}+\mathbb{K})_{r-1.2}+\mathbb{L}_{r3}^{3}\mathbb{K}_{r3},\tag{7}$$

(5), (6), (7) より，漸化式に組みます

$$\mathbb{Z}_r=\mathbb{L}_r\mathbb{Z}_{r-1}+\lfloor\mathbb{F}_r\quad\mathbb{F}_r'\rfloor\begin{bmatrix}\mathbb{K}_{r-1}\\ \mathbb{K}_r\end{bmatrix},\tag{8}$$

$$\mathbb{Z}_r=\{\mathbb{X}_1\quad\mathbb{X}_2\},\tag{9}$$

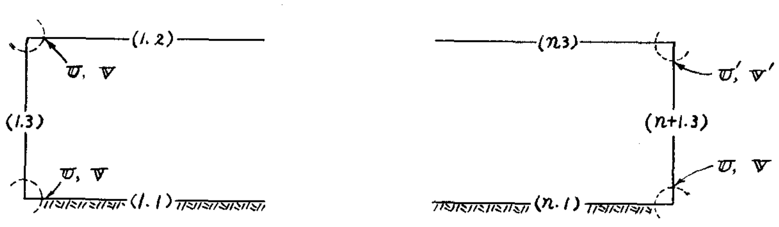
(8) により，$r=2,\ 3,\ 4,\cdots,n$ をとることにより n 径間の移行が出き，$\mathbb{Z}_n$ を $\mathbb{Z}_1$ であらわすことが出来る.

4. 境界条件

図−2のように，各結合点における変位および力釣合から，まず左端の境界条件より

$$\mathbb{U}_{11}=\mathbb{R}\mathbb{U}_{13},\qquad \mathbb{V}_{11}+\mathbb{R}\mathbb{V}_{13}=0,\tag{10}$$

$$\mathbb{U}_{12}=\mathbb{R}\mathbb{U}_{13}',\qquad \mathbb{V}_{12}-\mathbb{R}\mathbb{V}_{13}'=0,\tag{11}$$



図−2　境界条件

(10), (11) より

$$\mathbb{Z}_1=\mathbb{L}_1\mathbb{X}_{13}+\mathbb{F}_1\mathbb{K}_1\tag{12}$$

右端より

$$\mathbb{R}\mathbb{U}_{n+1.3}=\mathbb{U}_{n1}',\qquad -\mathbb{V}_{n1}'+\mathbb{R}\mathbb{V}_{n+1.3}=0,\tag{13}$$

$$\mathbb{R}\mathbb{U}_{n+1.3}'=\mathbb{U}_{n2}',\qquad -\mathbb{V}_{n2}'-\mathbb{R}\mathbb{V}_{n+1.3}'=0,\tag{14}$$

この釣り合式より

$$\mathbb{C}\mathbb{Z}_n+\lfloor\mathbb{D}_n\quad\mathbb{D}_n'\rfloor\begin{bmatrix}\mathbb{K}_n\\ \mathbb{K}_{n+1}\end{bmatrix}=0.\tag{15}$$

5. 最終方程式

(8) の演算をもって $\mathbb{Z}_1$ の式になり，(12), (15) の境界式より

$$\mathbb{X}_{13}=\lfloor\mathbb{G}\rfloor\{\mathbb{K}\}.\tag{16}$$