

大阪市立大学 正員 倉田 宗章

大阪工業大学 〃 岡村 宏一

大阪市立大学 〃 〇島田 功

1. まえがき

最近、鉄道橋ならびに道路橋において、鉄筋コンクリートのラーメン式高架橋がさかんに採用され建設されている。かかる構造物を忠実に解析するため、2次元弾性理論ならびに板およびはり曲げ理論を併用し、立体解析することによって、従来のフランジ有効幅を仮定したラーメン構造としての解法では求め得なかった構造各部の応力を詳細に求めることが出来、力学的特性が明確に評価される。本報では、その解析方法と共に、等分布荷重が載った場合の簡単な計算例を示した。

2. 解析方法

本構造は、曲げと同時に *Scheib* 作用の存在する板とラーメン構造の梁とが床版の下面で合成された形式であり、図-2 に示す如く、版と梁の接合面に鉛直ならびに水平方向の不静定力が作用する。床版は2次元弾性理論と平板理論を併用し、忠実な解析をおこなったものである。すなわち、鉛直及び水平方向の力が働いた場合の、たわみ、ならびに応力変位は、

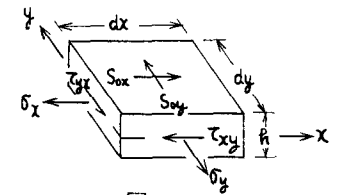
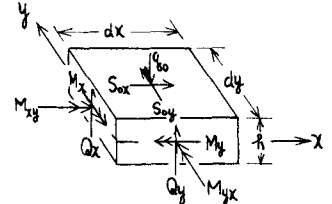


図-1.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{1}{D} \left\{ q_0 - \frac{h}{2} \left(\frac{\partial S_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{yy}}{\partial y} \right) \right\} \quad \text{----- (1)}$$

$$h \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^4} \right) = -v \left\{ \frac{\partial S_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{yy}}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial x^2} \int S_{xx} dx + \frac{\partial}{\partial y^2} \int S_{yy} dy \quad \text{---- (2)}$$

ただし w : 板のたわみ ϕ : 応力変位

$$D: \text{板の曲げ剛度} = \frac{E h^3}{12(1-\nu^2)}$$

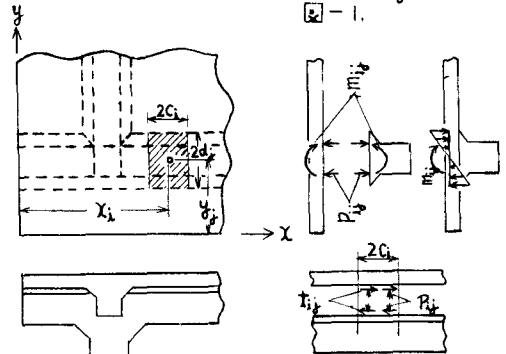


図-2.

となり、式(1)、(2)を境界条件を満足するように解けばよい。さらに立体解析を容易にするためにこの不静定力の分布を図-3に示す如く、矩形分布の集合形に仮定し、床版と立体ラーメン部材とのあいだの変形の連続条件に従って求める。

2-1. 床版の解式

床版の境界条件は、端辺 ($x=0, x=a$) は単純支持辺、他の2辺 ($y=0, y=b$) は自由辺、面内力は周辺

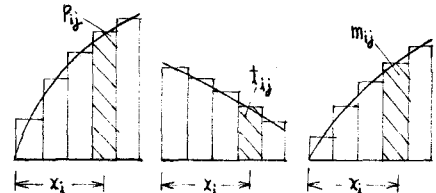


図-3.

岡村: 板とBeam梁の合成構造の立体解析法ならびに、板と格子桁の合成による橋梁解析への応用 23回 年次学術講演会 S.42年

自由であるとする。式(1)、(2)より、各分布力(P_{ij} , m_{ij} , t_{ij} , m'_{ij} , t'_{ij}) による点(x_u, y_v) のたわみ w , 及び応力関数 ϕ は次のように与えられる。

(図-4. 参照)

$$w = \frac{1}{D} \sum_m \sum_n \varphi_{mn}(P_{ij}, m_{ij}, t_{ij}, m'_{ij}, t'_{ij}) \sin \alpha_m x_u \sin \beta_n y_v + \frac{1}{D} \sum_m E_m(y_v) \psi_m \quad \text{--- (3)}$$

$$\phi = \sum_m \sum_n \phi_{mn}(t_{ij}, t'_{ij}) \sin \alpha_m x_u \sin \beta_n y_v + \sum_m F_m(y_v) \psi_m \quad \text{--- (4)}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \varphi_{mn}(P_{ij}, m_{ij}, t_{ij}, m'_{ij}, t'_{ij}) &= \frac{64}{\pi^2} \frac{1}{mn(\alpha_m^2 + \beta_n^2)^2} \left[P_{ij} + \frac{3}{2} m_{ij} \frac{1}{d_j^2} (\cot \beta_n d_j - \frac{1}{d_j \beta_n} \cot \beta_n y_j + \frac{\beta}{2} t_{ij} \alpha_m \cot \alpha_m x_i + \frac{3}{2} m'_{ij} \frac{1}{c_i^2} (\cot \alpha_m c_i - \frac{1}{c_i \alpha_m} \cot \alpha_m x_i + \frac{\beta}{2} t'_{ij} \beta_n \cot \beta_n y_j) \right] \sin \alpha_m x_i \sin \alpha_m c_i \sin \beta_n y_j \sin \beta_n d_j \quad \text{--- (5)} \end{aligned} \right.$$

$$\phi_{mn}(t_{ij}, t'_{ij}) = \frac{64}{\pi^2} \frac{1}{mn(\alpha_m^2 + \beta_n^2)^2} \left[t_{ij} \alpha_m \left(\frac{\beta_n^2}{\alpha_m^2} - \nu \right) (\cot \alpha_m x_i + t'_{ij} \beta_n \left(\frac{\alpha_m^2}{\beta_n^2} - \nu \right) \cot \beta_n y_j) \sin \alpha_m x_i \sin \alpha_m c_i \sin \beta_n y_j \sin \beta_n d_j \right] \quad \text{--- (6)}$$

$$E_m(y_v) = \frac{2}{1-\nu} (\sinh \alpha_m y_v - \cosh \alpha_m y_v) - \frac{\Delta_m}{\Gamma_m} \sinh \alpha_m y_v + \alpha_m y_v (\sinh \alpha_m y_v - \Delta_m \cosh \alpha_m y_v) \quad \text{--- (7)}$$

$$F_m(y_v) = - \frac{\Delta_m}{\Gamma_m} \sinh \alpha_m y_v (\sinh \alpha_m y_v - \Delta_m \cosh \alpha_m y_v) \quad \text{--- (8)}$$

$$\psi_m = \frac{\Gamma_m}{\alpha_m^3 \{ (1-\nu)(\Delta_m - \Gamma_m \Delta_m) - 2 \}} \sum_n \{ \beta_n^3 + (2-\nu) \alpha_m^2 \beta_n \} \varphi_{mn} \quad \text{--- (9)}$$

$$\psi_m = \frac{\Gamma_m}{\alpha_m^2 (1-\nu)(\Delta_m + \Gamma_m \Delta_m)} \sum_n \alpha_m \beta_n \phi_{mn} \quad \text{--- (10)}$$

ただし $\alpha_m = \frac{m\pi}{a}$, $\beta_n = \frac{n\pi}{b}$, $\lambda = \frac{b}{a}$, a, b : x, y 方向の板長

$\Gamma_m, \Delta_m, \Lambda_m$; 床版の荷重条件の対称性より定まる係数で表-1

の通り。板の断面力、ならびに Scheibel 応力は次の如く算出される。

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) & M_y &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ M_{xy} &= D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (11)}$$

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - \frac{1}{r} \int s_{ox} dx, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{1}{r} \int s_{oy} dy, \quad \tau_{xy} = - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \quad \text{--- (12)}$$

$$\left\{ \begin{aligned} s_{ox} &= \frac{64}{\pi^2} t_{ij} \sum_m \sum_n \frac{1}{mn} \cos \alpha_m x_i \sin \alpha_m c_i \sin \beta_n y_j \sin \beta_n d_j \cos \alpha_m x \sin \beta_n y \quad \text{--- (13)} \\ s_{oy} &= \frac{64}{\pi^2} t'_{ij} \sum_m \sum_n \frac{1}{mn} \sin \alpha_m x_i \sin \alpha_m c_i \cos \beta_n y_j \sin \beta_n d_j \sin \alpha_m x \cos \beta_n y \quad \text{--- (14)} \end{aligned} \right.$$

式中、各分布力の係数は総和公式を用い、単純板へ変換して計算される。

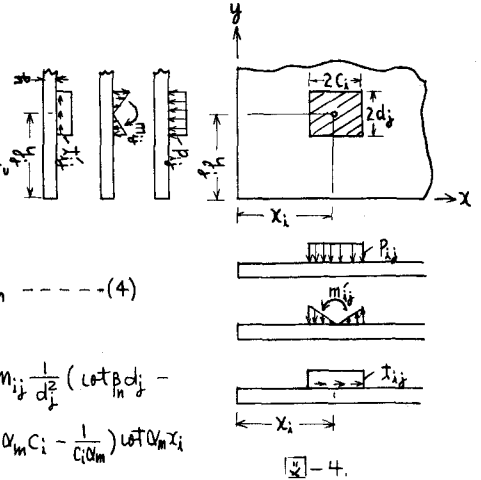


表-1.

対称性	m	n	Γ_m	Δ_m	Λ_m
x方向正対称					
y ← 正 →	1, 3, 5...	1, 3, 5...	δ_m	ε_m	ζ_m
x ← 逆 →	2, 4, 6...	1, 3, 5...	δ_m	ε_m	ζ_m
y ← 正 →	1, 3, 5...	2, 4, 6...	ε_m	δ_m	$-\zeta_m$
x ← 逆 →	2, 4, 6...	2, 4, 6...	ε_m	δ_m	$-\zeta_m$

$$\left\{ \begin{aligned} \delta_m &= \coth \lambda m \pi + \coth \lambda m \pi \\ \varepsilon_m &= \coth \lambda m \pi - \coth \lambda m \pi \\ \zeta_m &= \lambda m \pi \coth \lambda m \pi \end{aligned} \right.$$

2-2. 床版と合成される立体ラーメンの解式

版と立体ラーメンとの接合面には不静定力 ($P_{ri}, m_{ri}, t_{ri}, P_{sj}, m_{sj}, t_{sj}$) が作用する場合 (図-5 参照) の応力および変形は、梁理論を用い、立体ラーメンの解析により代数的に容易に求められる。ただし長方形断面部材のねじりに対する Warping は無視し、単位長さ当りのねじり角 θ は

$$\theta = \frac{M^T}{\beta E C^3 G} \quad \text{ここに } \begin{array}{l} \theta: \text{断面の長辺, } C: \text{短辺} \\ \beta: \theta/c \text{ によって決まる係数} \end{array}$$

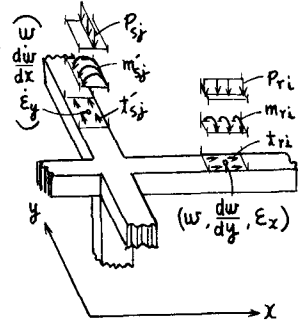


図-5

3. 合成条件式

平面保持の仮定のもとで、版と梁の接合部における合成条件としては、たわみ、回転角、及び軸方向の変の連続条件が成り立つ。

これらの条件を各要素で成立させ、連立にすれば、接合面に生じる不静定力を求めることが出来る。x 方向の接合面における連続条件を示せば、

$$w(x_u, y_v) = \bar{w}(x_u), \quad \frac{\partial w(x_u, y_v)}{\partial y} = \bar{\theta}(x_u), \quad \epsilon(x_u, y_v) = \bar{\epsilon}(x_u) \quad \text{----- (15)}$$

右辺の項はラーメンの変形を表す。

4. 計算例

計算に用いた、ラーメン式高架橋の構造諸元は図-6 に示す如く対称構造とし、等分布荷重が載る場合についておこなった。縦梁と横梁及び柱との剛比等は表-2 に示す。なお、連続条件の選定は、不静定力の各分割区間の中点とし、縦梁、横梁、及び柱の交差附近は、Singularity を起すので特にその分割を密にした。

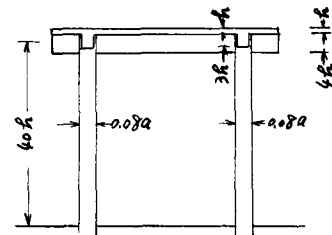
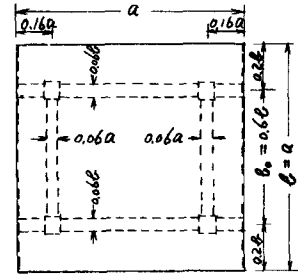


図-6

表-2

$D_b/E_{I_{xx}}$	$D_b/E_{I_{yy}}$	I_{xx}/A_y	I_{xx}/I_y	I_{yy}/I_x	A_y/A_x	I_{yy}/I_{xx}	I_{yy}/I_{yy}
0.271267	0.52995	4.1666...	2.3703703	1.72104	1.333...	0.015	0.015

ポアソン比 $\nu = 0.2$

4-1 計算結果

床版と1径向立体ラーメンの完全合成構造について、図-7は、梁

立体ラーメンの梁の断面力

モーメント図

軸力図

ねじりモーメント図

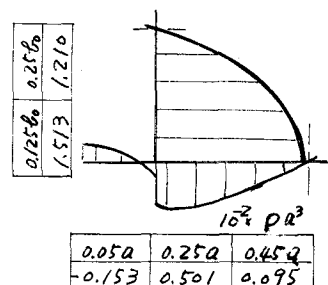
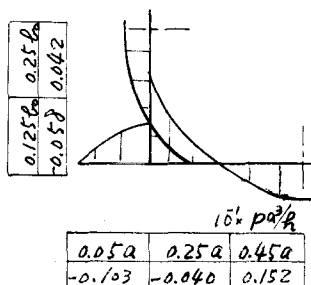
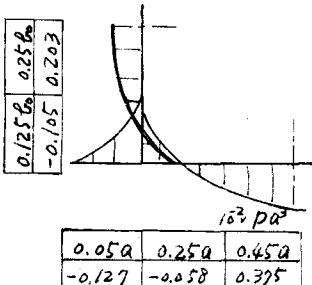


図-7

内部の断面力と表わしたものである。

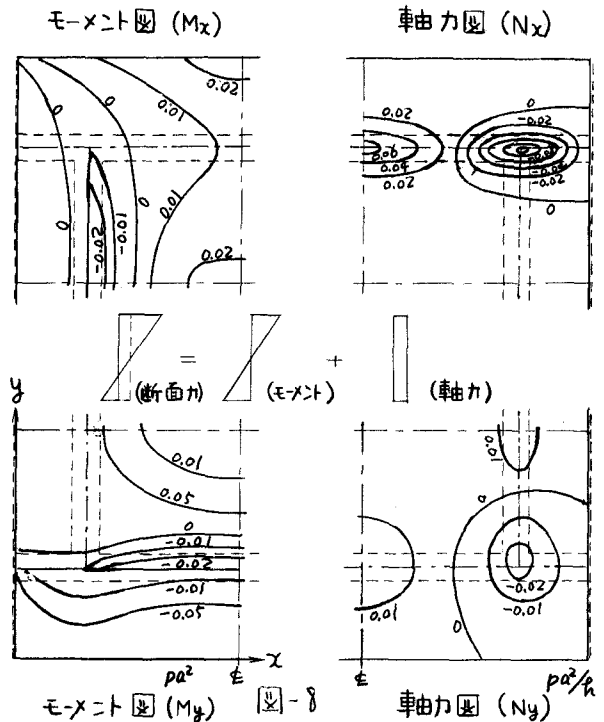
図-8は床版の断面力図であり、床版の複雑な応力状態が詳細に把握される。

図-9は接合面における不静定力の分布を示すものであり、等分布荷重が床版に載った場合に梁へ伝達される鉛直力、水平せん断力等が評価される。よって計算結果は床版及び梁等の構造諸元、又荷重状態によって変化すると思われるので、従来の慣用計算法との比較は、早急には判断出来たものの、今後、この種の構造に対するテーラーを蓄積することによって、力学的特性を明確にすることが出来ると思われる。

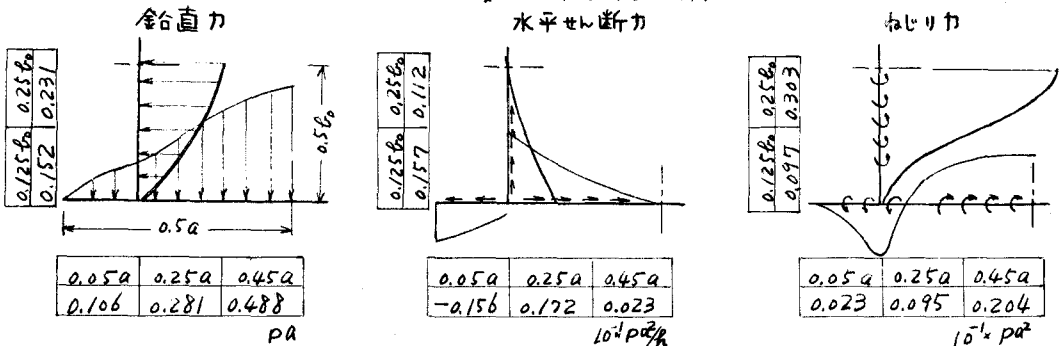
b. 結論

このような梁接合に因る偏心によって生ずる面内力をも考慮した立体解析法により、従来の慣用計算法における工学

床版モーメント図及び軸力図



床版-ラーメン接合面における不静定力



的判断を再検討し、床版より梁部へ伝達される力を評価することが出来る。さらに設計に必要な応力が主要な断面諸元に對し、直接求めらる。

本報のような立体解析において、分割方法、精度等、今後の課題であるが、最近の高速化された電子計算機を使用することによって、このような解析も容易となる。

倉田、岡村、島田、上田、酒井；水平力を受ける板とラーメンの合成構造の立体解析。(S.44, 鋼筋コンクリート)