

○(株)建設技術研究所 正員 鈴木 璋次

信州大学工学部 正員 夏目 正太郎

信州大学工学部 正員 谷本 勉之助

1 初めに

一本の直線部材をとり出した時、載荷後その部材は応力を生じ変形せられる。本法における基本式は、その部材端力と部材端変位とを列ベクトルにおき、両者の間にある関係式から出発する。しかる後、構造の部材節点で力釣合いをとり、それに基本式を代入し変位のみによる式におきかえる。この操作を系全体について書き下すと、最終式として常に漸化のさく三軸マトリクス式形となる。三軸マトリクス式の解法は、容量の大きな電算では一回の逆行列で定まるが、小さな電算においてはくりかえし演算により未知量を定めることが出来る。このローゼ橋の数値計算は FACOM 231 ALGOL により、くりかえし演算を行なった。

2 基本式

ローゼ橋の挙動は曲げ及び軸方向挙動である。よって部材端力と部材端変位との関係式は

$$\begin{Bmatrix} F \\ S \\ M \end{Bmatrix}_A = \begin{bmatrix} -\alpha & 0 & 0 \\ 0 & -\beta & -\gamma \\ 0 & \gamma & 2\delta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ V \\ \theta \end{Bmatrix}_A + \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \beta & -\gamma \\ 0 & -\gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ V \\ \theta \end{Bmatrix}_B + \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & L & \frac{2}{3}L & \frac{1}{3}L & 0 \end{bmatrix} K, \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} F \\ S \\ M \end{Bmatrix}_B = \begin{bmatrix} -\alpha & 0 & 0 \\ 0 & -\beta & -\gamma \\ 0 & \gamma & 2\delta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ V \\ \theta \end{Bmatrix}_A + \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \beta & -\gamma \\ 0 & -\gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ V \\ \theta \end{Bmatrix}_B + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -L & -\frac{1}{3}L & 0 & 0 \end{bmatrix} K. \quad (2)$$

である。ここに $\alpha = EA/L$, $\beta = 12EI/L^3$, $\gamma = 6EI/L^2$, $\delta = 2EI/L$, EI = 曲げ剛度, A = 断面積, L = 部材長である。(1), (2) は次のように書かれる。

$$V = L \alpha, \beta \{U, U'\} + c K, \quad (3)$$

$$V' = L \alpha', \beta' \{U, U'\} + c' K. \quad (4)$$

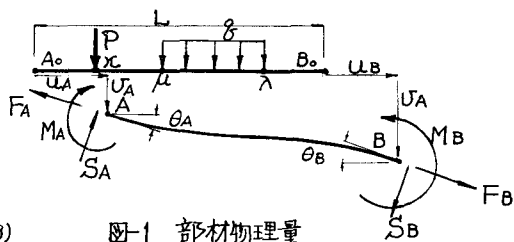


図-1 部材物理量

又荷重の影響 K マトリクスは、集中荷重 P , 等分布荷重 q とすれば

$$K_P = P \{-x^3, 3x^2, -3x, 1\}, \quad K_q = qL \left\{ -\frac{1}{4}(\lambda^4 \mu^4), (\lambda^3 \mu^3), -\frac{3}{2}(\lambda^2 \mu^2), (\lambda - \mu) \right\} \quad (5)$$

である。

3 釣合い条件式

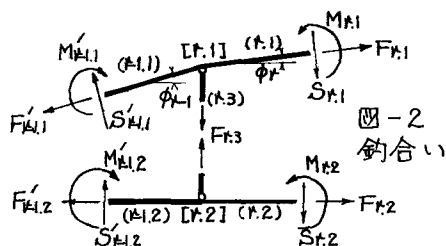
図-3 に示すローゼ橋の i - j 部材をここでは直線部材におきかえる。そしてその節点において力釣合いをとると

$$R_{t-1} V'_{t-1,1} - R_t V_{t-1,1} - \{0, F_{t,3}, 0\} = 0, \quad (6)$$

$$V'_{t-1,2} - V_{t-2,2} + \{0, F_{t,3}, 0\} = 0, \quad (7)$$

ここに

$$R_t = \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_t \quad (8)$$



上式に式(3), (4)を代入し 対の節点 $[t,1]$ $[t,2]$ の変位 D_1, D_2 を一つのベクトル $[D]$ としてまとめると

$$A_t [D]_{t-1} + B_t [D]_t + C_t [D]_{t+1} + I_t [K]_{t-1} + J_t [K]_t = 0. \quad (9)$$

上式は三軸マトリクス要素式であり、これを系全体について記すと

$$\begin{bmatrix} B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ A_n & B_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [D]_1 \\ [D]_2 \\ [D]_3 \\ \vdots \\ [D]_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_1 \\ I_2 & J_2 \\ I_3 & J_3 \\ \vdots & \vdots \\ I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [K]_1 \\ [K]_2 \\ [K]_3 \\ \vdots \\ [K]_n \end{bmatrix} = 0. \quad (10)$$

となる。

4 数値計算例

図-3 にローゼ橋の形状を示す。

アーチ部材の分割による直線要素数は 18, 36,

54 について計算した。主な所の応力, 変位は

分割	A点 モーメント	B 軸力	C点 変位
18	-208.7904 $t \cdot m$	-101.0586 t	0.1020893 m
36	-205.2468 $t \cdot m$	-99.6160 t	0.1022769 m
54	-204.5974 $t \cdot m$	-99.3510 t	0.1022968 m
誤差	0.32 %	0.27 %	0.02 %

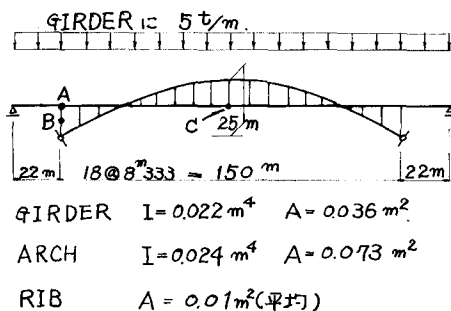


図-3 ローゼ橋

上数値の誤差(%)は 36分割と54分割との差より計算したものである。

このように分割を増しても、マトリクス演算は常に6次で行なわれる。

5 後述

本法によれば、多元の連立方程式を解くことを必要としない。又分割数を増す事によって任意の有効数字を得ることが出来る。くりかえしによる誤差についてはほとんど無視される(∵ 54分割の場合 10桁計算で有効桁数6桁であった)。

この解析は他の構造、ラーメン、格子、トラス、アーチ等についても同様の手順で解く事が出来る。一般性のある解法の一つである。