I-33

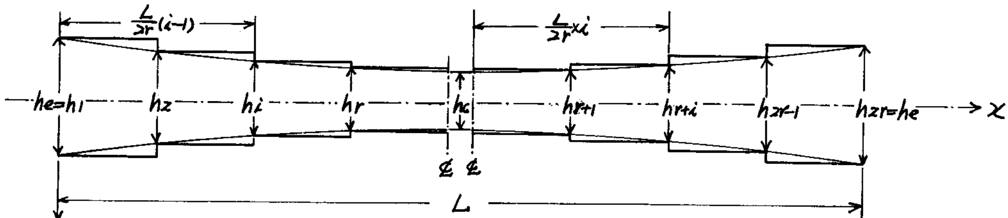
漸化有限要素法による変断面梁の振動解析

信州大学　学生員○河原　勇
信州大学　正会員　夏目正太郎
信州大学　正会員　谷本勉之助

1. はじめに

今，解析する系は梁の高さ h が流通座標 x についての2次函数のものをとった。中央面に対して左右対称，全径間を通じて同じ材質であるとする。矩形断面とし，巾を一定とする。

解析は梁を $2r$ 個に分割した等断面の有限要素の集合体として，各々の有限要素の結合点を断面急変化点とみなして連続させる。即ち漸化有限要素法によって解析する。分割数 $2r$ を適当に選ぶことによって所望の精度の解が得られる。



第1図　有限要素の高さ

今，第1図に示す断面の変化を選んだが，有限要素の高さを他の式で与えれば，形状は任意のものをとりうる。

2. 状態ベクトル

$$\mathbb{W}(p,x)=e^{int}\,\mathbb{R}(k,p)\,\mathbb{N}, \tag{1}$$

又は，

$$\begin{bmatrix} w \\ \theta \\ M \\ S \end{bmatrix}_p = e^{int} \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & \frac{k}{\ell} & & \\ & & -EI\left(\frac{k}{\ell}\right)^2 & \\ & & & -EI\left(\frac{k}{\ell}\right)^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos kp & \sin kp & \mathrm{ch}\,kp & \mathrm{sh}\,kp \\ -\sin kp & \cos kp & \mathrm{sh}\,kp & \mathrm{ch}\,kp \\ -\cos kp & -\sin kp & \mathrm{ch}\,kp & \mathrm{sh}\,kp \\ \sin kp & -\cos kp & \mathrm{sh}\,kp & \mathrm{ch}\,kp \end{bmatrix} \mathbb{N}. \tag{2}$$

ここに，

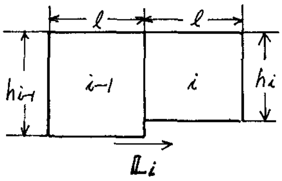
$$k=\left(\frac{\gamma\cdot A\cdot n^2\cdot \ell^4}{g\cdot EI}\right)^{\frac{1}{4}},\qquad \ell=\frac{L}{2r},\qquad p=\frac{x}{\ell}. \tag{3}$$

n：円振動数，A：断面積，γ；比重，g：重力加速度，E：ヤング係数，I：断面二次モーメント，ℓ：有限要素長さ，p：有限要素の流通座標，w：たわみ，θ：たわみ角，M：曲げモーメント，S：せん断力である。

3 移行子

断面急変化点での連続条件は，

$$W_{i-1}(l,t)=W_i(0,t), \qquad (4)$$



第2図 相隣る二有限要素

式(1)(2)を用いて，

$$\mathbb{N}_i=\mathbb{L}_i\mathbb{N}_{i-1}, \qquad (5)$$

$$\mathbb{L}_i=\mathbb{R}_i(0)^{-1}\mathbb{R}_{i-1}(k\times l)=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & 0 & -\alpha^2\beta & 0\\ 0 & \alpha & 0 & -\alpha^3\beta\\ 1 & 0 & \alpha^2\beta & 0\\ 0 & \alpha & 0 & \alpha^3\beta\end{bmatrix}_i\begin{bmatrix}\cos k & \sin k & \mathrm{ch}k & \mathrm{sh}k\\ -\sin k & \cos k & \mathrm{sh}k & \mathrm{ch}k\\ -\cos k & -\sin k & \mathrm{ch}k & \mathrm{sh}k\\ \sin k & -\cos k & \mathrm{sh}k & \mathrm{ch}k\end{bmatrix}_{i-1} \qquad (6)$$

ここに，

$$\alpha_i=\frac{l_i k_{i-1}}{k_i l_{i-1}}, \qquad \beta_i=\frac{EI_{i-1}}{EI_i}. \qquad (7)$$

式(5)が移行式で，式(6)の値が連続条件を処理したマトリクス，移行子である。

4 最終式

両端での境界条件を処理して境界条件式をうる。そして移行式を順次用いて，$\mathbb{N}_1$ について，

$$\begin{bmatrix}\mathbb{B}\\ \mathbb{B}'_{2r}\mathbb{L}_{2r}\mathbb{L}_{2r-1}\cdots\mathbb{L}_2\end{bmatrix}\mathbb{N}_1=0, \qquad (8)$$

を得，これより，

$$\begin{vmatrix}\mathbb{B}\\ \mathbb{B}'_{2r}\mathbb{L}_{2r}\mathbb{L}_{2r-1}\cdots\mathbb{L}_2\end{vmatrix}=0. \qquad (9)$$

が成立しなくてはならない。これより n が決められる。$\mathbb{B}$，$\mathbb{B}'$ はそれぞれ左端，右端の境界条件を処理した境界マトリクスである。

5 相対状態ベクトル

式(1)より $\mathbb{N}_1$ を第2要素 a_{12} であらわして，式(2)を用いて，状態ベクトルが a_{12} であらわされ，相対状態が分る。