I-32

漸化式新有限要素法によるアーチダムの解析

信州大学　正　○夏目正太郎
信州大学　正　谷本勉之助
電源開発　正　高橋　光雄
電源開発　　　城所　宏治

1　まえがき

連続体の解析には応用数学的手段を用いて来ていたが，有限要素法の出現により，これまで難解若しくは不可能と思われていた問題が順次解決されるようになった。有限要素法の着想はまことに優れており，電子計算機時代の現代では大きな威力を発揮するものである。電子計算機は繰り返し演算を得意とするので，その能力を活用して有限要素法を漸化式にすることに成功し，平面応力問題で矩形板の引張りを一倍精度で 16×16 の分割にして，変位・応力共に有効数字4桁～5桁まで合致させ，演算時間 8 分という成果を得ている。これに基き，殻構造の一つである薄いアーチダムを取り上げた。漸化式新有限要素では欧米先進国で発表されたような仮想仕事，相補エネルギー原理を一切使用していない点注目されたい。

2　状態ベクトルと要素に作用する力

殻構造体の一般変位は，2方向の面内変位と面外たわみに，2方向の傾斜の5つで構成され，一般力には3つの面内応力と3種の曲げモーメントに2つのせん断力がある。これを書けば，

$$\mathbb{U} = \mathbb{P}\mathbb{X} + u\mathbb{p}, \qquad \mathbb{V} = \mathbb{Q}\mathbb{X} + v\mathbb{p}, \qquad (1)$$

となり，$\mathbb{X}$ は 15 次の未定定数群であり，$\mathbb{p}$ は水圧，地震力，温度応力，自重などによる外力である。この中より $\mathbb{X}$ を消去すれば，一般力は一般変位に従属することになり，

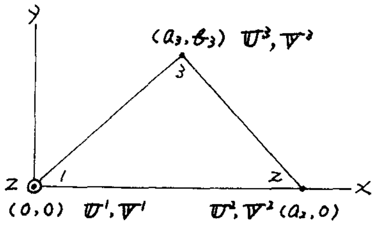

図1　局部座標

$$\mathbb{V}_j = \lfloor \alpha, \beta, \gamma \rfloor^j \begin{bmatrix} \mathbb{U}^1 \\ \mathbb{U}^2 \\ \mathbb{U}^3 \end{bmatrix} + w^j \mathbb{p}, \qquad (2)$$

で表わされ，α，β，γ はそれぞれ 8×5 である。

一方極座標で力を示すと図2のようになり，θ_1 から θ_2 までの合力は，

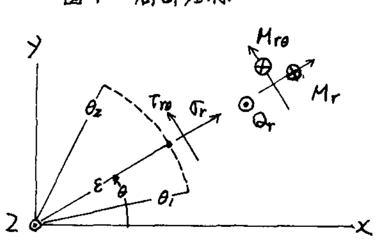

図2　扇形要素

$$\mathbb{W} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \mathbb{H}'(\theta)\, \mathbb{V}_{r\theta}\, \varepsilon\, d\theta, \qquad (3)$$

$$\mathbb{W} = \{ \mathcal{F}_x, \mathcal{F}_y, \mathcal{F}_z, \mathcal{M}_{yz}, \mathcal{M}_{zx} \} \qquad (4)$$

である．局部平面座標で表わされたものを3次元全体座標にすると，次のようになる。

$$\mathbb{W}' = \mathbb{I}(\alpha, \beta)\mathbb{W}, \tag{5}$$

$$\mathbb{W}' = \{ \mathcal{F}'_x,\ \mathcal{F}'_y,\ \mathcal{F}'_z,\ \mathcal{M}'_{yz},\ \mathcal{M}'_{zx},\ \mathcal{M}'_{xy} \}. \tag{6}$$

3　力の釣合い

アーチダムの1節点のまわりには三角要素が6箇集まることになり，各要素から波及する力が釣合いの状態になければならない。即ち，

$$\sum_{k=1}^{6} \mathbb{W}'^{k} = 0, \tag{7}$$

であり，変位であらわせば，

$$\lfloor \mathbb{a}', \mathbb{a} \rfloor_{rs} \begin{bmatrix} \mathbb{U}_{r-1} \\ \mathbb{U}_r \end{bmatrix}'_{s-1} + \lfloor \mathbb{b}', \mathbb{b}, \mathbb{b}'' \rfloor_{rs} \begin{bmatrix} \mathbb{U}_{r-1} \\ \mathbb{U}_r \\ \mathbb{U}_{r+1} \end{bmatrix}'_{s} + \lfloor \mathbb{c}, \mathbb{c}'' \rfloor_{rs} \begin{bmatrix} \mathbb{U}_r \\ \mathbb{U}_{r+1} \end{bmatrix}'_{s+1}$$

$$= \mathbb{d}_{rs}\mathbb{P}_{r-1,s-1} + \lfloor \mathbb{e}, \mathbb{f} \rfloor_{rs} \begin{bmatrix} \mathbb{P}_{r-1} \\ \mathbb{P}_r \end{bmatrix}_{s} + \lfloor \mathbb{e}', \mathbb{f}' \rfloor_{rs} \begin{bmatrix} \mathbb{P}_{r-1} \\ \mathbb{P}_r \end{bmatrix}'_{s+1} + \mathbb{g}'_{rs}\mathbb{P}_{rs}, \tag{8}$$

$$\mathbb{U} = \mathbb{J}(\alpha, \beta)\, \mathbb{U}', \tag{9}$$

となる。地山と接する節点では地山の弾性変形があり，変位と反力が各種弾性定数で結ばれることになる。これらの反力は変位 $\mathbb{U}'_r$ に従属させられるので，これによって生じた支持マトリクス $\mathbb{S}$ は $\mathbb{b}+\mathbb{S}$ の形で混入されるのである。かくして横方向にわたり各節点について集約すれば，

$$\lfloor \mathbb{A}, \mathbb{B}, \mathbb{C} \rfloor_s \begin{bmatrix} \mathbb{U}_{s-1} \\ \mathbb{U}_s \\ \mathbb{U}_{s+1} \end{bmatrix}' = \lfloor \mathbb{D}, \mathbb{E} \rfloor_s \begin{bmatrix} \mathbb{P}_{s-1} \\ \mathbb{P}_s \end{bmatrix} + \lfloor \mathbb{D}', \mathbb{E}' \rfloor_s \begin{bmatrix} \mathbb{P}_{s-1} \\ \mathbb{P}_s \end{bmatrix}', \tag{10}$$

のような漸化式となる。

4　むすび

三角要素による殻構造体の数値計算は目下調整中であり，ここに登載できなかったが，エネルギーを相手とせず，Iteration手法を用いずに，漸化方式であるため，計算の能率が極めてよい。

この解析ならびに計算を進めるにあたり，設計室の氷江氏，錦織氏，橋本氏と，開発計算センターの岸原氏，佐藤氏には絶大な御援助を仰いだ。ここに記して感謝の意を表わすものである。

（河原筆）