

岐阜大工学部 正 岡野啓彦 産上工業KK 正 高木録郎
 〇岐阜大大学院 学 前島正彦 大阪府大大学院 学 小田恵三輔

スラッグ式ラーメンは厳密には一種の析板として解析されねばならない。しかし、これは板の境界すなわち次の適合条件とつりあい条件を満足する平板の結合体とみなすことができる。

$$U_{BR}^i = U_{BR}^j \quad (1-a)$$

$$P_{BR}^i + P_{BR}^j + F_{BR} = 0 \quad (1-b)$$

ここで、 U_{BR}^i , U_{BR}^j は一般座標系での板 i , 板 j の境界 R における変位、同じく P_{BR}^i , P_{BR}^j は内力 F_{BR} は境界 R に作用する外力を表わす。

一般に板 i の変形は、他の板 j との境界の変位 U_{BR}^j と板中央部の変位 U_0^i とで表わすことができる。つまり

$$U_0^i = f_{00}^i(P_0^i) + \sum_R f_{0BR}^i(P_{BR}^i) \quad (2-a)$$

$$U_{Br}^i = f_{BBrr}^i(P_{Br}^i) + f_{Br0}^i(P_0^i) + \sum_{R \neq r} f_{BBRr}^i(P_{BR}^i) \quad (2-b)$$

この第一式の右辺の第一項は板中央部の荷重による板中央部の変位、第二項は境界 R に作用する内力 P_{BR}^i による中央部の変位、また第二式の右辺第一項は境界 r に作用する内力 P_{Br}^i による境界 r の変位、第二項は中央部の荷重による境界 r の変位、第三項は他の境界 R に作用する内力 P_{BR}^i による境界 r の変位を表わす。また、 f_{BBrr}^i の逆関数を g_{BBrr}^i とすれば、第二式より

$$P_{Br}^i = g_{BBrr}^i(U_{Br}^i - f_{Br0}^i(P_0^i) - \sum_{R \neq r} f_{BBRr}^i(P_{BR}^i)) \quad (3)$$

この式を (1-b) 式に代入し、(1-a) 式を用いれば、一般に境界 R に作用する外力と変位との連立超越方程式群が得られる。これがスラッグ式ラーメンを、平板結合体として解析する際の基礎方程式となるものであり、骨組構造物に用いられるたわみ角法を一般化したものである。

さて、いかなる構造物であれ、微小変位線形弾性理論に基づく限り、構造物中の任意点の変位の集合とその任意点に作用する外力の集合との間には、変位を U 、外力を F 、関係スチフネスマトリックスを K とすれば、 $F = KU$ の関係が成立する。これがマトリックス法の基礎であり、マトリックス法を用いれば、連立超越方程式は連立一次方程式に置換される。解析的に解くには、マトリックス法で解くべき、関数 f あるいはスチフネスマトリックス K は未知であるので仮定しなければならぬ。したがって我々はこの解析に有限要素法を用い、その要約として模型実験を行なう。

有限要素法の適用の際、各板は矩形あるいは平行四辺形に限定し、それぞれ面内 K 直交座標 (X, Y) 斜交座標 (x, y) をとり、矩形要素、平行四辺形要素に対するスチフネスマトリックスを作り、その後、一般座標系に変換を行なった。その際、面内変形と面外変形とは独立、つまり面内荷重による曲げモーメントは生じない仮定し、また z 軸まわりの回転角に対応するスチフネスマトリックスの項は 0 とした。直交座標での変位を $U_R = \{U_R \ V_R \ W_R\}^T$ 、回転角を $\Theta_R = \{\theta_R \ \psi_R\}^T$ 、力を $F = \{F_x \ F_y \ F_z\}^T$ 、モーメントを $M = \{M_x \ M_y \ M_z\}^T$ 、斜交座標での変位を U_0 、回転角を Θ_0 、力を f 、モーメントを m とする。原点が同じである直交座標 X と斜交座標 x との関係は、

$$X = \begin{bmatrix} \cos(x, X) & \cos(y, X) & \cos(z, X) \\ \cos(x, Y) & \cos(y, Y) & \cos(z, Y) \\ \cos(x, Z) & \cos(y, Z) & \cos(z, Z) \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} l_x & l_y & l_z \\ m_x & m_y & m_z \\ n_x & n_y & n_z \end{bmatrix} X = L X \quad (4)$$

(4) 式の L を用いれば、変位および力の関係は

$$F = L f \quad (5-a)$$

$$U_R = (L^{-1})^T U_0 \quad (5-b)$$

また

$$M = Q m \quad (b-a)$$

$$Q_R = (Q^{-1})^T Q_0 \quad (b-b)$$

そこで

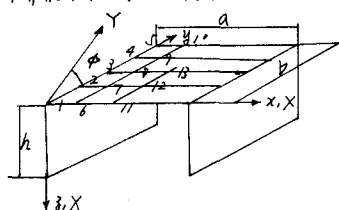
$$Q = \begin{bmatrix} m_y n_z - n_y m_z & m_y n_x - n_y m_x & m_x m_y - n_x m_y \\ n_y l_z - l_y n_z & n_y l_x - l_y n_x & n_x l_y - l_x n_y \\ l_y m_z - m_y l_z & l_y m_x - m_y l_x & l_x m_y - m_x l_y \end{bmatrix}$$

以上の関係式を用いれば任意の斜交座標系で定められたスライフネスマトリックスが一様直交座標に変換される。すなわち斜交座標系の節点 i の節点 j に対するスライフネスマトリックス K_{oij} は直交座標の K_{Rji} と次の関係を持つ。

$$K_{Rji} = \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & (Q^{-1})^T \end{bmatrix} K_{oij} \begin{bmatrix} L^T & 0 \\ 0 & Q^{-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

なお、この研究は昭和43年度科学研究費(一般研究)の補助を受けて行ったものである。

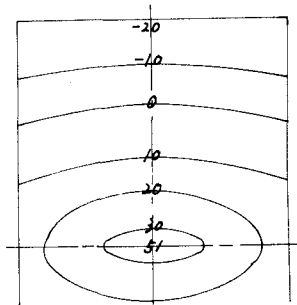
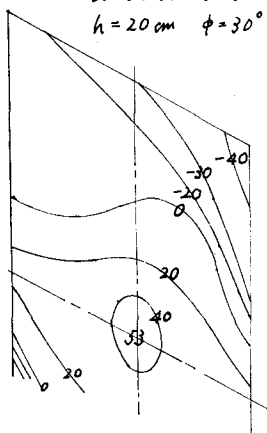
計算結果および実験結果



中央点荷重(単位荷重)			
$a=1 \quad b=1 \quad h=0.5$ $\phi=30^\circ$			
No	$M_x/D\alpha^3\phi$	$M_y/D\alpha^3\phi$	$M_{xy}/D\alpha^3\phi$
1	-0.05	-0.04	-0.01
2	-0.12	-0.01	0.04
3	-0.45	-0.41	-0.32
4	-1.12	-0.02	-0.22
5	-1.10	0.03	-0.06
6	0.07	0.17	0.12
7	0.36	0.69	0.41
8	0.65	2.17	1.04
9	1.34	2.59	1.23
10	0.69	1.16	0.71
11	0.20	0.07	0.09
12	0.82	-0.06	0.25
13	1.50	0.61	0.38

中央点荷重(1kg)による $\varepsilon_x (\times 10^6)$ の分布図

$a=57.7 \text{ cm} \quad b=30 \text{ cm}$
 $h=20 \text{ cm} \quad \phi=30^\circ$



$a=50 \text{ cm} \quad b=30 \text{ cm}$
 $h=20 \text{ cm} \quad \phi=0^\circ$

両方とも板裏側

参考文献 山崎徳也・高橋照三; 板長方向法による立体斜板構造の解析

田野忠徳郎; スリ式斜交-X-Y補解法の一試案

Green, Zerna: Theoretical Elasticity