I-30　有限要素法によるケーソンの解析

名古屋大学　工学部　学生員　堤田建夫
名古屋大学　工学部　学生員　関　千秋
三　重　県　土木部　正　員○松村哲男

1．はじめに

ケーソン，タンクなどの構造物の解析は，従来は，個々の板の曲げの問題として取り扱われてきた。しかし，この場合，構造物全体について考えると，各板の境界においてモーメントが不釣合となる。このため，ケーソンの設計に用いられている運輸省港湾技術研究所資料には，個々の板の曲げとして解析した結果を，適当な処理により，板の境界でのモーメントの不釣合をなくする計算法が示されている。

ここでは，有限要素法を用いて，ケーソンの三次元的な解析を行ない，港湾技研資料より得られた結果との比較を行なった。

2．有限要素法による解析

有限要素法によるシェルのような三次元構造物の解析では，板の面内変形と，面外変形を考慮しなければならないが，構造物により，どちらかを無視する場合がある。たとえば，薄肉構造では，面外剛性より面内剛性が大きく，面内剛性で外力に抵抗するとし，板の面内変形のみを考慮している。ここで扱うケーソンのような構造物では，面内変形は無視されるので，面外変形のみを考慮した三次元的解析を行なうことができる。

この場合に用いられる剛性行列は，つぎに示されるように，局所座標で求められた剛性行列を，一般座標に変換したものでなければならない。ここで，一般座標とは，図－1（a）のx，y，zで示される。①の面の座標は一般座標と一致するが，②，③の面での座標は図－1（b）のようにとられる。節点での未知変位は，軸のまわりの三つの回転角と，たわみとし，たわみは面の外側方向を正とする，一般座標での剛性行列〔K'〕は，局所座標での行列〔K〕により，つぎのように示される。

$$[K'] = [T]^T [K] [T]$$

ここで〔T〕は，12×16の座標変換行列でつぎのように示される。

$$[T] = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}, \quad [\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_{xx'} & \lambda_{xy'} & \lambda_{xz'} & 0 \\ \lambda_{yx'} & \lambda_{yy'} & \lambda_{yz'} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \lambda_{xx'} = \cos(x, x')$$

構造全体の剛性行列には，各面内の回転に関する行，列が生ずるが，この行，列はすべて0である。このため，構造全体の剛性行列はSingularとなる。このような行，列は，全体の行，列より取り除き，行列がSingularとならないようにする。

曲げモーメント，ねじりモーメントを求めるためには，得られた変位が一般座標のものであるので，

これを局所座標に変換したものを用いなければならない。ここで，$\{M\}$ は局所座標での曲げモーメント，$\{T\}$ は局所座標でのモーメント行列，$\{u\}$ は一般座標での変位である。

$$\{M\} = [E][T]\{u\}$$

3．計算例

図－2（a），（b）に示される立方体，直方体のケーソンについて計算を行なう。

（1）有限要素法によるもの

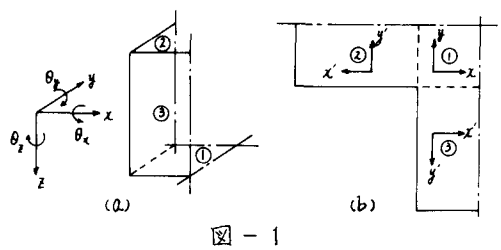
底壁に等分布荷重を，側壁に三角形分布荷重を作用させるので，構造物および荷重の対称性より，図に示されるように1／4の部分について計算を行なう。また，各壁は厚さが等しいとし，板剛度は，$D_x = D_y = D$，$D_1 = 0.2D$，$D_{xy} = 0.4D$ を用いる。境界条件は，底壁の周辺では単純支持されているとし，側壁と側壁との境界では，境界縁のまわりの回転角のみが伝わるとしているので，境界線に沿って単純支持の条件とする。

（2）運輸省港湾技術研究所資料によるもの

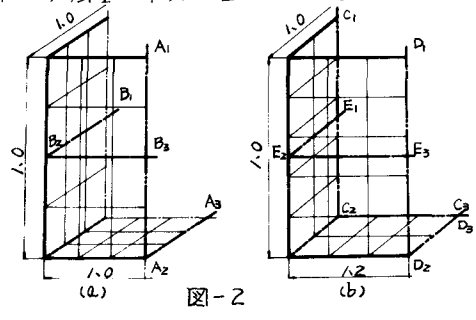
資料No.43では，四辺固定の板，三辺固定，一辺自由の板に等分布荷重や，三角形分布荷重が作用した場合の曲げモーメントの値が示されており，また，No.59では，個々の板として得られた値を，各板の境界に生ずる不釣合モーメントがなくなるように修正する計算法を示している。これを用いて，図－2の各断面についての曲げモーメントを計算する。

4．考　察

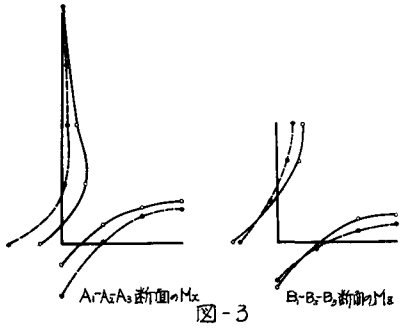
図－3，4には，有限要素法と港湾技研資料による結果を示したものである。側壁と底壁との境界における曲げモーメントは，港湾技研資料により求めた値が大きい。また，最大曲げモーメントは，港湾技研資料によれば，境界に生じ，有限要素法によれば，底壁の中央に生じている。



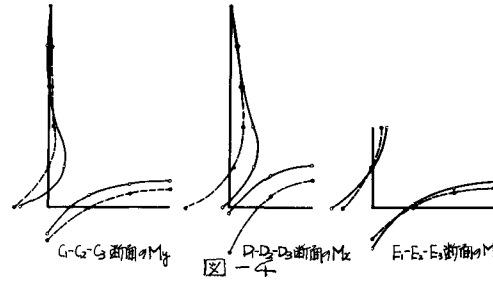
図－1



図－2



図－3



図－4