

信州大学工学部 正員 〇 沢 野 浩 幹

信州大学工学部 正員 谷 本 勉之助

1. まえがき.

弾性床上の梁、弾性床上の曲り梁、受動土圧と受けるアーチ、土中に埋め込まれた構造物（トンネルなど）などを解析する場合、特別な微分方程式 或いは エネルギー法などによって解かれているが、計算はかたまりめんどうになることを覚悟しなければならない。

ここでは上記の構造物を、普通の梁からなる単位構の集合体として解析してみた。すなわち

1. 構造物を n 個の要素に分割する。
2. 一つの要素は 軸方向 或いは ねじり挙動を考慮した梁とみなす。
3. 梁の基礎微分方程式の積分常数群と未知数に選び、隣り合う単位構の間の結合条件を求める。
4. 基準となる単位構の未知数を系全体に流通させ、最後に境界条件によってそれを決定する。

以上の手順によって解析されるのであるが、解析方法は演算子法による。

2. 解析法.

単位構、すなわち梁の一般解は、一般変位、一般力を並べて書いて

$$\mathbf{W}(\rho) = \mathbf{R}(\rho) \mathbf{X} \quad (1)$$

で表わされる。ここに $\rho = x/L$ 、 $\mathbf{W}(\rho)$ は ρ 点における梁の物理量、 $\mathbf{R}(\rho)$ は (6×6) の大きさの座標マトリクス、 $\mathbf{X}$ は (6×1) の大きさの積分常数群である未知数（固有マトリクスと呼ばれる）である。

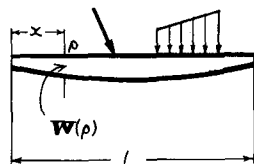


図-1. 梁の性状.

次に (1) により隣り合う単位構の間の結合条件を求めれば

$$\mathbf{X}_Y = \mathbf{L}_Y \mathbf{X}_{Y-1} + \mathbf{L}_Y \mathbf{K}_{Y-1} \quad (2)$$

ここに

$$\mathbf{L}_Y = [\mathbf{P}(\phi_Y) \mathbf{R}_Y(0)]^{-1} \mathbf{P}(\phi_{Y-1}) \mathbf{R}_{Y-1}(1). \quad (3)$$

(2) によって $(Y-1)$ 部材の未知数が Y 部材に移行されたことになり、 $\mathbf{L}_Y$ は移行演算子と呼ばれる。また $\mathbf{P}(\phi_Y)$ は Y 部材の基準座標に対する射影を表わしており、これによって任意の形の構造物を表わすことができる。 $\mathbf{K}_Y$ は 単位構に作用する荷重によって得られる荷重項であり、荷重は任意である。

最後に (2) により基準となる 固有マトリクス たとえば $\mathbf{X}_1$ を系全体に移行して、両端の境界条件によって それを決定すれば 次の形になる:

$$\mathbf{X}_1 = [\mathbf{G}] \{\mathbf{K}\}_n. \quad (4)$$

ここに $[\mathbf{G}]$ は性状マトリクス、 $\{\mathbf{K}\}_n$ は荷重マトリクスである。 $\mathbf{X}_1$ が求めれば (2) に代入して各単位構の固有マトリクスが求まり、従って (1) より必要な物理量を得ることができる。

ここで 弾性床 という条件には、たおみに比例した地盤反力が発生するという Winkler の仮定と部材方向とそれに直交の方向とに適用して、(3) の移行演算子の中へ組み込んでいる。

以下に 2.3 の例を示す。ここに地盤反力係数は $1,000 \text{ t/m}^2$ とした。

3. 例題.

(i) 弾性床上の梁. 図-2に示すような弾性床上の梁について, 従来から解析せられてゐる方法¹⁾から得られた解(表-1の ∞ の項)と上の仮定によつて, 普通の梁の集合体として解いた解を, t とせば A 点について比較してみた(表-1). 表-1の m は梁のスパン長さを m 等分した等分数である. この表のように 等分数 m と適当に取ることによつて上の仮定は十分満足されるものと思われる.

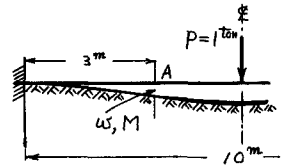
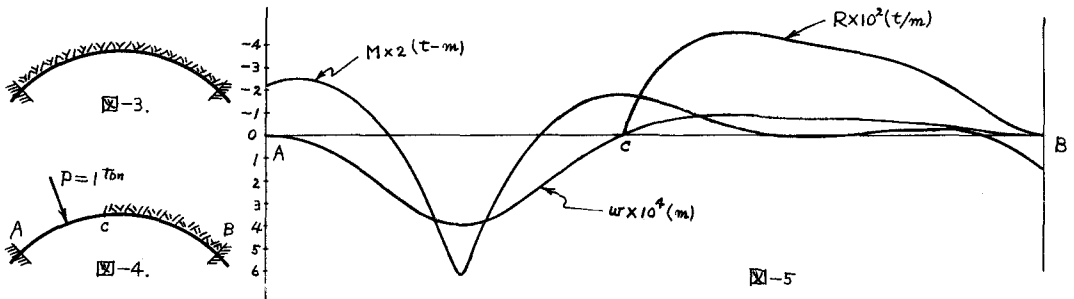


図-2. 弾性床上の梁

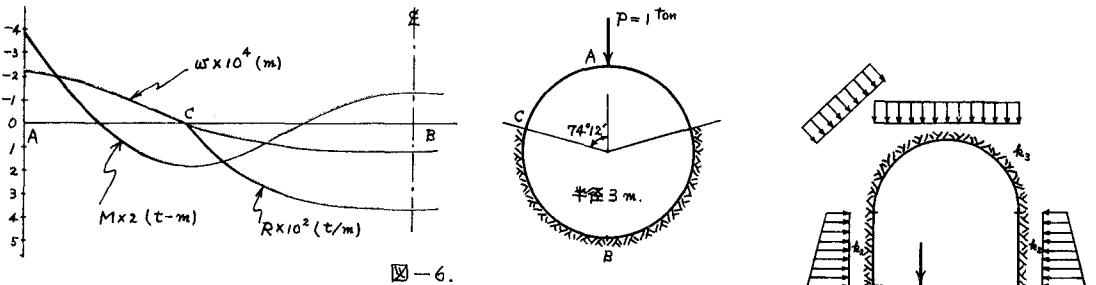
表-1. たわみ, モーメント.

m	$w \times 10^4$ (m)	M (t-m)
10	0.948	0.021
20	0.949	0.027
40	0.949	0.029
∞	0.949	0.029

(ii) 受動土圧を受けるアーチ. 図-3のように 全面に土圧を受けるアーチが, たとえば 集中荷重 P を受けたとすれば, 図-4のように たわみと内側に生ずる土圧は発生せず, 外側方向に生ずる土圧は, そのたわみに比例した地盤反力 R を生ずることになる(図-5).



(iii) 土中に埋め込まれた構造物. 図-6は土中に埋め込まれた管に荷重 P が作用して釣合つた状態を示す. このときのたわみ, モーメント, 地盤反力, 及び 受動土圧が作用しない範囲を示す.



4. 最後に. 以上に見られるように梁の式 $d^2w/dx^2 = M/EI$ を出発とするため計算が大変簡単になり, 又分割数により精度は必要に応じて求めることができる. 又荷重は荷重項(4)により独立に与えられてゐるから任意なものを作用させることができ, 地盤の硬さ(3)により必要に応じて変えることができる. このような例として 図-7・8 のようなものが解析できてゐる(k_i は地盤反力係数を表す).

1) S. Timoshenko, Strength of Material, Part II, p.2.