

徳島大学工学部 正員 星 治雄

〃 〃 児嶋弘行

〃 〃 〇平尾 潔

## 要旨

本研究は内力追跡法による平面構造物の塑性解析に新たに関有限変位および弾性復活の2点を考慮して、1)塑性ヒンジの発生する位置および順序、2)その時の荷重強度、3)最終的な崩壊荷重が求まるような解析プログラムの作成を試みたものである。なお、内力追跡法の各段階における弾性計算の部分には電子計算機を利用する上で有利な変形法を用いた。

## 1. 単一部材に対する変形法の基本式

内力追跡法によれば必ず一端ヒンジ、他端剛結部材が生ずるため、従来の両端剛結、両端滑節部材に対する基本式以外にこれらの部材に対する基本式を必要とするが、ここではその誘導方法の説明は省略し、その結果だけを示すことにする。

## 1) 両端剛結部材に対する基本式

$$\begin{aligned} R_{xij} &= a_{ij} (u_i - u_j) + b_{ij} (v_i - v_j) + c_{ij} (\theta_i - \theta_j) & m_{ij} &= C_{ij} (u_i - u_j) + \bar{C}_{ij} (v_i - v_j) \\ R_{yij} &= b_{ij} (u_i - u_j) + \bar{a}_{ij} (v_i - v_j) + \bar{c}_{ij} (\theta_i - \theta_j) & &+ d_{ij} \theta_i + \bar{d}_{ij} \theta_j \end{aligned}$$

## 2) i端剛結, j端滑節部材に対する基本式

$$\begin{aligned} R_{xij} &= a_{ij} (u_i - u_j) + b_{ij} (v_i - v_j) + c_{ij} \theta_i & m_{ij} &= C_{ij} (u_i - u_j) + \bar{C}_{ij} (v_i - v_j) \\ R_{yij} &= b_{ij} (u_i - u_j) + \bar{a}_{ij} (v_i - v_j) + \bar{c}_{ij} \theta_i & &+ d_{ij} \theta_i \end{aligned}$$

## 3) i端滑節, j端剛結部材に対する基本式

$$\begin{aligned} R_{xij} &= a_{ij} (u_i - u_j) + b_{ij} (v_i - v_j) + c_{ij} \theta_j & m_{ij} &= 0 \\ R_{yij} &= b_{ij} (u_i - u_j) + \bar{a}_{ij} (v_i - v_j) + \bar{c}_{ij} \theta_j \end{aligned}$$

ここで、係数、 $a_{ij}, \bar{a}_{ij}, b_{ij}, \bar{b}_{ij}, c_{ij}, \bar{c}_{ij}, d_{ij}, \bar{d}_{ij}$  は以下に示すようなものである。

$$\begin{aligned} a_{ij} &= \frac{EF_{ij}}{l_{ij}} \cos^3 \alpha_{ij} + \frac{12EI_{ij}}{l_{ij}^3} \sin^3 \alpha_{ij} & \bar{a}_{ij} &= \frac{EF_{ij}}{l_{ij}} \cos \alpha_{ij} + \frac{3EI_{ij}}{l_{ij}^3} \sin^3 \alpha_{ij} \\ \bar{a}_{ij} &= \frac{EF_{ij}}{l_{ij}} \sin^3 \alpha_{ij} + \frac{12EI_{ij}}{l_{ij}^3} \cos^3 \alpha_{ij} & \bar{a}_{ij} &= \frac{EF_{ij}}{l_{ij}} \sin \alpha_{ij} + \frac{3EI_{ij}}{l_{ij}^3} \cos^3 \alpha_{ij} \\ b_{ij} &= \left( \frac{EF_{ij}}{l_{ij}} - \frac{12EI_{ij}}{l_{ij}^3} \right) \sin \alpha_{ij} \cos \alpha_{ij} & \bar{b}_{ij} &= \left( \frac{EF_{ij}}{l_{ij}} - \frac{3EI_{ij}}{l_{ij}^3} \right) \sin \alpha_{ij} \cos \alpha_{ij} \\ c_{ij} &= -\frac{6EI_{ij}}{l_{ij}^3} \sin \alpha_{ij} & \bar{c}_{ij} &= -\frac{3EI_{ij}}{l_{ij}^3} \sin \alpha_{ij} \\ \bar{c}_{ij} &= \frac{6EI_{ij}}{l_{ij}^3} \cos \alpha_{ij} & \bar{c}_{ij} &= \frac{3EI_{ij}}{l_{ij}^3} \cos \alpha_{ij} \\ d_{ij} &= \frac{4EI_{ij}}{l_{ij}} & \bar{d}_{ij} &= \frac{2EI_{ij}}{l_{ij}} & \bar{d}_{ij} &= \frac{3EI_{ij}}{l_{ij}} \end{aligned}$$

以上のように、一端ヒンジ、他端剛結部材に対する2), 3)の新たな基本式が導入されるわけであるが、 $\bar{c}_{ij}$  部材において、i端ヒンジ、j端剛結の時には基本式3)を、i端剛結、j端ヒンジの時には

基本式(2)を従来の基本式(1)のかわりに用いれば以前とまったく同様にして各節点で釣合方程式を立てることにより、一端ヒンジ、他端剛結部材を含む平面剛滑節構造物も解析可能である。

## 2 内力追跡法について

この説明は参考文献(1)にゆずりここでは省略する。

## 3 有限変位の導入について

一般に構造物の解析に有限変位理論を導入すると根を反復法で求める必要があり、その際には根が発散しないように適当なダンピングの方法を考えなければならぬ。ところが、内力追跡法にこれを導入する際にはさらに荷重倍率を求める場合にも注意しなければならない。(普通の場合)内力追跡法における各段階の解析は任意の荷重強度に対する荷重倍率を求め、各段階で求めた変形量と断面力にこの荷重倍率を乗じ、前段階までの結果に加算して終るのであるが、有限変位を導入した場合には非線形となるから一回だけの弾性計算で荷重倍率を求めることができず、何回かの繰返し計算により、丁度ある状態で塑性ヒンジが発生するような荷重強度を見出す必要がある。すなわち荷重倍率1になるような荷重強度を求めなければならない。したがって、内力追跡法に有限変位を導入した場合には、任意の荷重強度に対する根を求めるための繰返しと上述のような荷重倍率に対する繰返しの二重の繰返しが必要となり解析には非常に多くの時間と労力を要することになる。

## 4 弾性復活の導入について

複雑な平面構造物では、つぎつぎと塑性ヒンジが発生して崩壊にいたる過程において、一度塑性化した部材端が機構の変化によりそれまでの状態の回転方向とは逆の回転を生じ弾性を回復する場合が考えられる。したがって、内力追跡法における各段階ではこの点に対する検討もつけ加える必要がある。そこで、以下に本研究で採用した弾性復活部材端の判定方法を示すが、一節点が  $i, j$  の2部材だけで構成される場合の弾性復活はこれらの部材の部材回転角  $\theta_{ij}$ ,  $\theta_{ji}$  で判定され、その他の場合には塑性化部材端の属する節点の節点回転角  $\theta_i$  と塑性化部材端の部材回転角  $\theta_{ij}$  ( $\theta_{ji} \neq \theta_{ij}$ ) とから判定され、その判定方法に多少の差があるためこれらの二通りの場合についての判定方法を示す。なお、一節点が3部材以上で構成されていてその節点全体が塑性化されている場合には弾性復活の判定が困難であるからこのような節点における塑性化部材端の弾性復活に対する判定は省略した。

### 1) 一節点が2部材だけで構成されている場合の判別式

$$D = M_{ij} (\theta_{ik} - \theta_{ij}) \quad (1)$$

### 2) その他の場合の判別式

$$D = M_{ij} (\theta_i - \theta_{ij}) \quad (2)$$

ここで

$D$ : 弾性復活に対する判別式,  $M_{ij}$ :  $i, j$  部材の  $i$  端の部材モーメント

$\theta_i$ : 節点  $i$  の節点回転角  $\theta_{ij}$  ( $\theta_{ji}$ ):  $i, j$  部材の  $i$  端の部材回転角

以上において判別式  $D \geq 0$  の場合には塑性ヒンジは持続し、 $D < 0$  の場合塑性化部材端は弾性を復活することになる。なお、部材回転角  $\theta_{ij}$  は、 $i, j$  部材が両端ヒンジの場合には部材回転角と等しくなり式(3)から、また一端滑節で一端剛結部材の場合には基本式(3)の  $m_{ij} = 0$  とおくことにより式(4)から求めることができる。

両端ヒンジ部材に対して

$$\theta_{ij} = \{(U_i - U_j) \sin \alpha_{ij} - (V_i - V_j) \cos \alpha_{ij}\} / l_{ij} \quad (3)$$

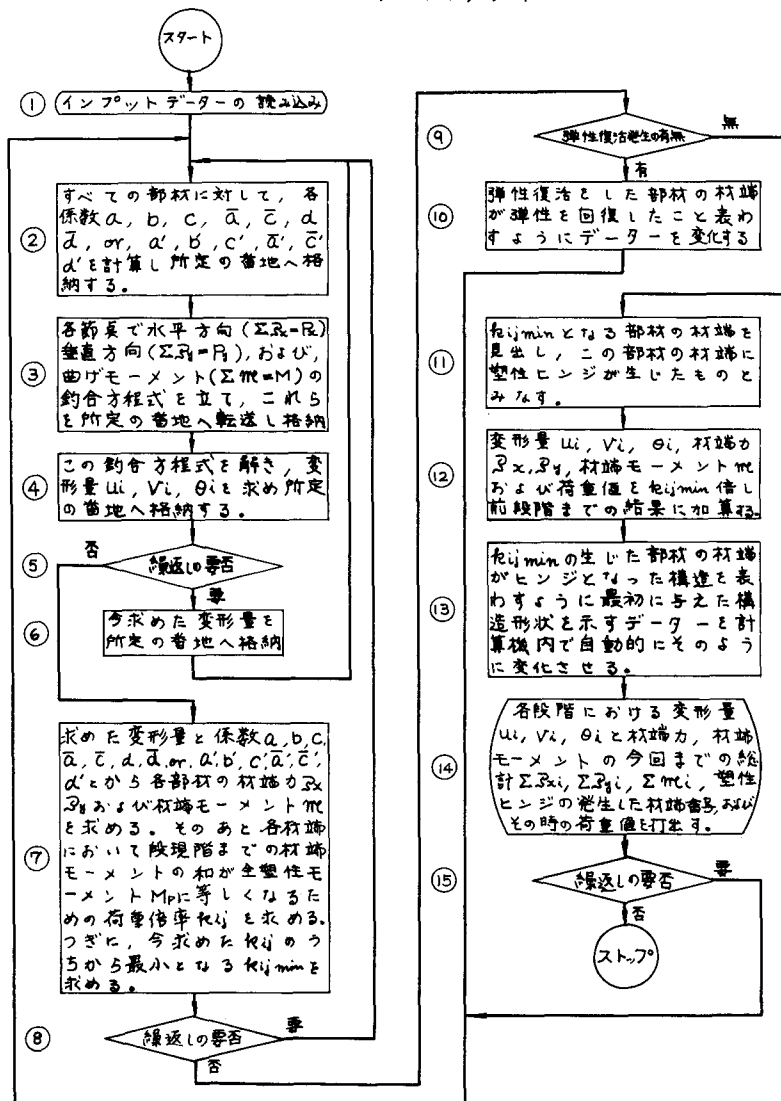
一端滑節よ端剛結部材に対して

$$\theta_{ij} = \{1.5(U_i - U_j) \sin \alpha_{ij} - 1.5(V_i - V_j) \cos \alpha_{ij}\} / l_{ij} - 0.5 \theta_j \quad (4)$$

## 5 プログラミングについて

ここではプログラムに関する詳細な説明は省き、計算機で行なう演算の流れを以下のようなブロックダイアグラムで示し、こゝうの⑤⑧④および⑮の判定部分について簡単な説明を加える。

ブロックダイアグラム



⑤の部分には有限変位を導入した結果、任意荷重に対する根が収斂したかどうかを判定し、それ以上の繰返し計算の要否を決定する部分である。⑧の部分には「有限変位の導入について」の部分で説明した

荷重倍率が1に収斂したかどうかを判定する部分であり、④の部分に式(1)、あるいは、式(2)に示した判別式にしたがって、一度塑性化した材端における弾性復活の有無を判定する部分である。⑮の部分は原構造物の不静定次数と各段階までに発生した塑性ヒンジの数を比較してその構造物の安定、不安定を判定し、それ以上に解析を進める必要があるかないかを決定する部分である。なお、このプログラムでは計算機の記憶容量の関係で両端ヒンジ部材に対する全塑性引張(圧縮)、あるいはオイラー座屈などの軸方向力に関する検討はなされていなりことをつけ加えておく。

## 6 計算例

計算例としては図-1に示すような2層1スパンラーメンに対するものを紹介する。なお載荷状態、寸法および各部材の全塑性モーメントは図示したとおりである。この場合の塑性ヒンジの発生する位置および順序は図-2に、これらの塑性ヒンジが発生する時の荷重値( $\Sigma P_i$ )を表-1にそれぞれ示す。この構造物は6番目の塑性ヒンジが発生すると図-3のような変形機構を形成し崩壊に至るがこの場合には全段階で弾性復活する材端は出現しなかった。なお、有限変位の導入による影響を検討するため有限変位を導入しない場合<sup>(a)</sup>についても計算した結果、塑性ヒンジの発生する位置および順序は全く同様であった。参考までに各段階における荷重値を表-1に同時に記入したがこの両者の間にはほとんど差異はみられない。しかしながら、構造形状とか荷重の作用形態によっては両者の間には差異を生ずることが考えられるから今後、種々の計算例を行ないこの点に対する考察を進めてゆくつもりである。

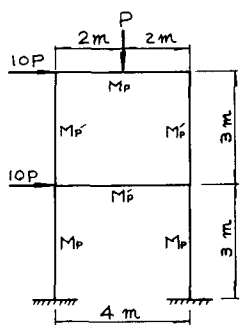


図 - 1

$$\begin{aligned} M_P &= 1,260,700 \text{ Kg-cm} \\ M_{P'} &= 1798,700 \text{ Kg-cm} \\ F &= 49 \text{ cm}^2 \\ F' &= 39 \text{ cm}^2 \\ I &= 4,904.08 \text{ cm}^4 \\ I' &= 2,473.25 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

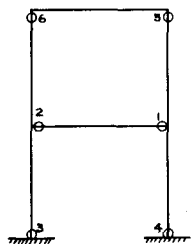


図 - 2

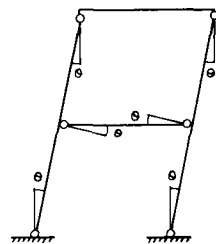


図 - 3

## 7 参考文献

- 1) 倉西正嗣 極限設計法 O H M 文庫
- 2) 藤野 大坂 任意形式のシリ橋の静的構造解析法  
三菱重工技報 Vol. 3, No. 6, 1966
- 3) 服部 正 コンピューターによる構造数値解析法 建築構造学大系
- 4) 児嶋・平尾 電子計算機による平面剛滑節構造物の塑性関節および崩壊荷重の追跡について  
第20回土木学会中国四国支部学術講演概要

|   | 有限変位を考慮した場合    |         | 有限変位を考慮しない場合   |         |
|---|----------------|---------|----------------|---------|
|   | $\Sigma P_i$ t | $P_i$ t | $\Sigma P_i$ t | $P_i$ t |
| 1 | 5.6383         | 5.6383  | 5.6420         | 5.6420  |
| 2 | 5.6464         | 0.0081  | 5.6493         | 0.0076  |
| 3 | 5.8128         | 0.1664  | 5.8147         | 0.1654  |
| 4 | 5.8332         | 0.0204  | 5.8360         | 0.0213  |
| 5 | 6.3082         | 0.4750  | 6.3121         | 0.4761  |
| 6 | 6.3476         | 0.0393  | 6.3513         | 0.0392  |

表 - 1