

名古屋大学 ○学生員

青木 徹秀

名古屋大学 正 員

福本 晴士

1. はじめに

有限要素法による弾塑性解析は近年盛んになりつつあるが、この方法を用いると荷重とともに発達する塑性域を刻々と追跡しながら計算できるため、部材の弾塑性挙動は実際のそれに近いものが得られる。本報告は構造用材として最も広く用いられる鋼材にこれを適用し、平面応力問題の解析に必要な非弾性域での応力-歪関係式について検討を行った。

2. 塑性流動域での応力-歪マトリックス*

構造用鋼材の一軸引張り応力-歪関係は Fig. 1 に示すように弾性域、塑性流動域それに歪硬化域と明瞭に分かれているが歪硬化前の塑性流動域は普通 1.5 ~ 2.0 % とかなり大きな歪にまで達する。したがって弾塑性解析にはこの領域の材料特性を把握することが必要であろう。歪硬化域に対する応力-歪マトリックスは Prandtl-Reuss の式に歪硬化仮説を導入した応力-歪関係式を用いたものが山田¹⁾によって求められている。一方塑性流動域では歪硬化現象をおこしていない。

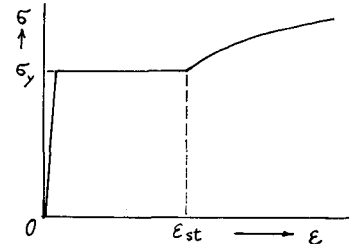


Fig. 1

この場合には弾完全塑性材料に Prandtl-Reuss の式を適用することによって応力と歪を関係づけることができる。いま偏差応力増分 ($d\sigma_x, d\sigma_y, \dots, d\tau_{xy}, \dots$) と偏差歪増分 ($d\epsilon_x, d\epsilon_y, \dots, d\gamma_{xy}, \dots$) との関係は次のように表わせる。²⁾

$$\left. \begin{aligned} d\sigma_x &= 2G \left(d\epsilon_x - \frac{3}{2} \frac{dW_d}{\bar{\sigma}_e^2} \sigma_x \right), \dots \\ d\tau_{xy} &= 2G \left(\frac{d\gamma_{xy}}{2} - \frac{3}{2} \frac{dW_d}{\bar{\sigma}_e^2} \tau_{xy} \right), \dots \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに ($\sigma_x, \sigma_y, \dots, \tau_{xy}, \dots$): 偏差応力, $\bar{\sigma}_e$: 相当応力, $2G = E / (1 + \nu)$, dW_d は単位体積当りの剪断歪エネルギーの増分で次式のように与えられる。

$$dW_d = \sigma_x d\epsilon_x + \sigma_y d\epsilon_y + \sigma_z d\epsilon_z + \tau_{xy} d\gamma_{xy} \quad (2)$$

これらの式から平面応力状態であることを考慮して、応力増分とひずみ増分との間の関係式を求めれば、結果として次のような材料剛性マトリックスが得られる。

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\tau_{xy} \end{Bmatrix} = 2G \begin{bmatrix} m_{11} & \text{sym.} & \\ m_{21} & m_{22} & \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\epsilon_x \\ d\epsilon_y \\ d\gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

* 山田の式¹⁾に塑性硬化率を 0 とおいている報告もある (参考文献 3)

$$\begin{aligned}
m_{11} &= 2 - 3kQ - \beta \sigma_x^2 + 3\beta kQ \sigma_m \sigma_x (2 - \beta \sigma_m \sigma_x) \\
m_{21} &= 1 - 3kQ - \beta \sigma_x \sigma_y + 3\beta kQ \sigma_m \{ (\sigma_x + \sigma_y) - \beta \sigma_m \sigma_x \sigma_y \} \\
m_{22} &= 2 - 3kQ - \beta \sigma_y^2 + 3\beta kQ \sigma_m \sigma_y (2 - \beta \sigma_m \sigma_y) \\
m_{31} &= -\beta \tau_{xy} \{ \sigma_x - 3kQ \sigma_m (1 - \beta \sigma_x \sigma_m) \} \\
m_{32} &= -\beta \tau_{xy} \{ \sigma_y - 3kQ \sigma_m (1 - \beta \sigma_y \sigma_m) \} \\
m_{33} &= 1/2 - \beta \tau_{xy}^2 (1 + 3\beta kQ \sigma_m^2)
\end{aligned}$$

ここに $\beta = 3 / (2\sigma_e^2)$, $k = 1 / 9K$, $Q = 1 / (2k - 3\beta \sigma_m^2 + 1/6G)$, $\sigma_m = (\sigma_x + \sigma_y) / 3$,
 $\sigma_e^2 = \sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2$, $K = E / 3(1 - 2\nu)$, $G = E / 2(1 + \nu)$, E : ヤング率, ν : ポアソン比

3. 解析手順と解析例

弾塑性解析では降伏要素の判定とその要素に対して弾性解析での応力-歪マトリックスの代りに塑性のそれを用いることが弾性解析と異なる主な点であるが鋼材の場合には降伏要素の判定の他に歪硬化要素の判定が加わる。降伏要素の判定は von Mises の降伏条件を用いる。降伏要素が定めれば塑性流動域での応力-歪マトリックスにおきかえ計算を進める。塑性流動域に入った要素は各荷重段階毎に塑性相当歪 $\Delta \bar{\epsilon}_p$ を求め、その和 $\Sigma \bar{\epsilon}_p$ が歪硬化開始点での塑性歪み $\bar{\epsilon}_{st}$ に達した要素に対しては歪硬化応力-歪マトリックスを使用するよう)にする。

解析例は Fig. 2, 3 に示す矩形断面ラベン隅角部 (SS41) である。Fig. 3 は光弾性皮膜実験の結果である。

5. 自動データ読み込みプログラム

有限要素法は構造を細かい要素に分割するため入力データが非常に多くなり、データ作製に多大の手数がかかる上、エラーも入りやすい。電子計算機を高度に利用した有限要素法も、この点についてはまだ開発すべき点が残されているように思われる。ここではその解決の一ステップとして開発された自動データ読み込みプログラムについて簡単に述べる。基本的な考え方はまず、①構造物を四辺形ブロックに分ける。— Partition — (側辺はある函数で規定される曲線でもよい) ②この四辺形ブロックに適当な分割比を与え、たまたまここに分割する。③できた小さい四辺形の短い方の対角線を結べば三角形要素ができる。(Fig. 4) このようにして三角形要素をつくれれば、あとは各ブロックごとに四隅の座標、縦横の分割数などを与えるだけで(普通データカード 1, 2 枚)、あとは全く自動的に節点の座標および要素とそれに関連する節点番号の入力が行なわれる。従来の手作業にこのプログラムを部分的に用いてもよい。この手法による分割例を Fig. 5 に示す。このサブプログラムによって入力の手間が著しく減少でき、エラーがほとんど無くなった。

参考文献

- 1) 山田嘉昭; 弾塑性問題における剛性マトリックス, 生産研究 19-3, March, 1965
- 2) 益田, 室田; 工業塑性力学, 養賢堂, 1967, p121
- 3) 青木博文; 有限要素法による鋼平面板の弾塑性解析例について, JSSC 講演録集, May, 1969

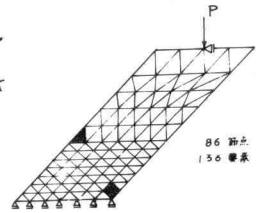


Fig. 2

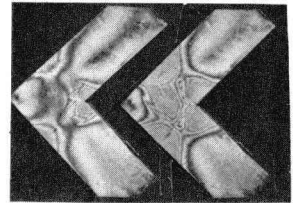


Fig. 3

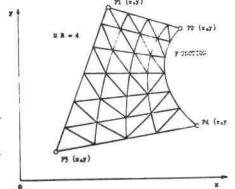


Fig. 4

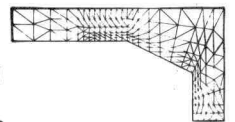


Fig. 5