Ⅳ—193

単写真による運動体測定について

京都大学工学部　正員　工博　森　忠次
京都大学工学部　正員　○星　仰
京都大学大学院　学生員　端　栄三郎

1．はしがき

1枚の写真のみでは，たとえ写真機の内部標定要素および外部標定要素が既知であっても，被写体に向う光線の方向がわかるにすぎないから，その物体の位置を定めることができない。しかしながら運動している物体を幾つかの時間を隔てて写されているときには，運動を規定する要素の一部分が既知であれば，その物体の位置とかその他の要素を決定することが可能である。以下に具体的な場合について明らかにする。この場合写真機の外部標定を行おうとすると，3点またはそれ以上の基準点が配置されていなければならない。もし基準点を配置するときには，少なくともその中の1点は運動物体の軌跡上にあるのが望ましい。

2．運動特性と光線の方向との関係

任意の点Pが，空間中の線L上を動いているとき，任意の時刻tにおいてレンズの投影中心に向う光線をGで表わせば画面上の像は，Gと画面Bとの交点pとなる。点Pは，線L上を

$$s = C_0 + C_1 t + C_2 t^2 + \cdots\cdots + C_s t^s + \cdots\cdots \qquad (1)$$

という形で動くときを考えることにする。

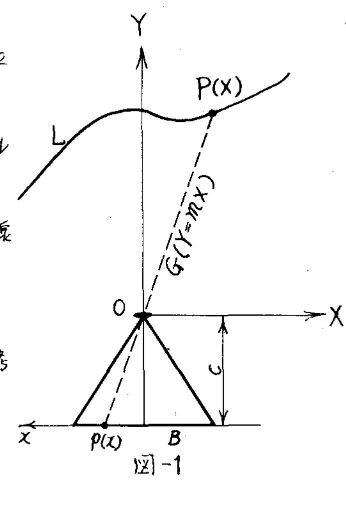


図-1

撮影軸をY軸とし投影中心Oを通って，これに直角な面（画面に平行な面）内でY軸と直線Gを含む方向にとって考えることにする。そうすると点Pは，常にXY面内にある．画面座標（x, z）のx軸もX軸に平行にとると点pも常にx軸上にある（図-1参照）。

上記のように考えれば，つぎのような簡単な関係式が成立つ。直線Gの方程式　：

$$Y = mX \qquad \cdots\cdots (2)$$

$$m = C/x \qquad \cdots\cdots (3)$$

まず最も簡単な場合として点Pが等速（直線）運動をする場合を考える。すなわち線Lの方程式は，

$$Y = aX + b \qquad (4)$$

またsは

$$s = C_0 + C_1 t \qquad (5)$$

とすると，時刻t_iにおける点P_iの座標を測定すれば，式(3)よりm_iが決定でき，そのときの点P_iの位置は，直線GとLとの交点であるから

$$X_i = b/(m_i - a) \quad , \quad Y = b m_i/(m_i - a) \qquad \cdots\cdots (6)$$

したがって時刻t_iからt_{i+1}までに点Pが動いた距離は，

$$s_{i+1} - s_i = b\sqrt{1+a^2}\,(m_i - m_{i+1})/(m_i - a)(m_{i+1} - a) \qquad \cdots\cdots (7)$$

この値は，式(5)より，$C_1(t_{i+1} - t_i)$に等しいから

$$(t_{i+1} - t_i)\frac{\sqrt{1+a^2}\,(m_i - m_{i+1})}{(m_i - a)(m_{i+1} - a)} = C_1/b = K\ (= \mathrm{const}) \qquad \cdots\cdots (8)$$

t_i, t_{i+1}, t_{i+2}の３種の異なる時刻でmを測定（xを測定）すれば，上式より２つの定数a，Kを決定することができる。もし時間間隔を一定値Δtとすれば，

$$a = \frac{m_{i+2}(m_{i+1}-m_i)-m_i(m_{i+2}-m_{i+1})}{(m_{i+1}-m_i)-(m_{i+2}-m_{i+1})} \quad \cdots\cdots \quad (9)$$

$$K = c_1/b \quad \cdots\cdots \quad (10)$$

したがって速度c_1が既知であればbが定まり，直線s上の一点が既知であればc_1が決定される。

つぎにsが二次式の場合を考えると

$$s = c_0 + c_1 t + c_2 t^2 \quad \cdots\cdots \quad (11)$$

$$s_{i+1} - s_i = \frac{m_i - m_{i+1}}{(m_i - a)(m_{i+1} - a)}\sqrt{1+a^2}\cdot b = c_1(t_{i+1}-t_i)+c_2(t_{i+1}-t_i) \cdots (12)$$

よって

$$\frac{(m_i - m_{i+1})\sqrt{1+a^2}}{(m_i - a)(m_{i+1}-a)} = K_1(t_{i+1}-t_i)+K_2(t_{i+1}-t_i)^2 \quad \cdots\cdots \quad (13)$$

$$K_1 = c_1/b \quad , \quad K_2 = c_2/b \quad \cdots\cdots \quad (14)$$

４種の時刻$t_i, t_{i+1}, t_{i+2}, t_{i+3}$についてmを測定すれば，式(13)が３個でき$a$，$K_1$，$K_2$を求めることができる。したがって$c_1$，$c_2$，$b$のうちいずれかが既知であれば，運動体の性質がすべて規定できることになる。c_1，c_2が既知であれば，式(9)より明らかなように時刻の異なる３点を用いてa，bを求めることが可能である．いま相連続した３つの等時間間隔Δtにおける４つの測定値を用いてK_1を消去すれば

$$\sqrt{1+a^2}\,\frac{(m_i-m_{i+1})(m_{i+2}-a)-(m_{i+1}-m_{i+2})(m_i-a)}{(m_i-a)(m_{i+1}-a)(m_{i+2}-a)} = 2\Delta t^2\cdot K_2\,(=\mathrm{const.}) \cdots (15)$$

K_2を消去してaについて整頓すれば，

$$(m_i-3m_{i+1}+3m_{i+2}-m_{i+3})a^2+2\{m_i(-m_{i+1}+2m_{i+2})+m_{i+3}(-2m_{i+1}+m_{i+2})\}a$$
$$+ m_{i+1}m_{i+2}(m_i-m_{i+3})+3m_i m_{i+3}(m_{i+2}-m_{i+1}) = 0 \quad \cdots (16)$$

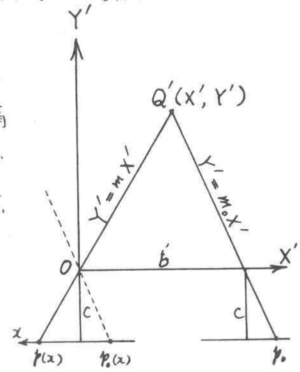
3. 実体測定

運動を記録した写真を２枚（全く同じもの）焼きつけて，図－２のように撮影時と同じ画面距離で投影したとする。このとき基線長は適当な間隔b'とし，モデル座標(X', Y')は，上述と同様な方針で定める。右写真上で基準となる点p_0を選び，左写真上で測定すべき点pをすると，それら２点の交点$Q'(X', Y')$の座標を求めることにより直線 $Y' = mX'$の勾配は，

$$m = Y'/X' \quad \cdots\cdots \quad (17)$$

により与えられる。あるいはY'座標のみで表わせば，

$$m = m_0 Y'/(m_0 b' + Y') \quad \cdots\cdots \quad (18)$$



図－２

mが求まれば前節2.と同様にして，運動を規定できる。

4. 実　例

運動する点を撮影した単写真を用いて，どの程度まで運動状況を知ることができるかを明らかにするため基本的な実験を行なった。写真－１は，その１例であって，距離約４mのところを直線運動する場合である。

写真－１