

名古屋工業大学 正員 松井 寛

1. まえがき

会場内の催し物や展示物の効果的な配置と通路等各種場内施設の計画、さらにまた場内の観客流の安全かつ円滑化のための管理・運営に必要な観客流動パターンの解析はすでに試みられているが、その結果観客流を確率論的立場から、吸収マルコフ過程を用いて解析することの妥当性が認められた。これはわれわれが実際に体験するように、会場内の観客の動きは、一般に明確な目的地を持たずランダムウォーク的に行動するというきめめて確率的な要因に基づいていることから納得できることである。そこで本研究では、各展示ゾーンの見物(滞留)時間を考慮した理論モデルを考えて、さらに現実の観客流動パターンの解析に接近を試みるものである。

2. 理論モデル

吸収マルコフ過程を用いたモデルでは、観客は各展示ゾーンで等しい時間だけ費やして、次々と各展示ゾーン間を移動していくと考えていた。しかし現実には各展示ゾーンの滞留時間は異なり、また観客によって同一展示ゾーンであっても、滞留時間は一般に異なる。とくに会場内の観客流動パターンを終日交通量として巨視的に捉えるのではなく、時間の函数として過渡状態を問題とする場合は、各展示場での滞留時間を等しいとは仮定できない。そこで各展示ゾーンで滞留する時間をランダムにとり、その分布函数は現在の展示ゾーンと次に訪れる展示ゾーンに従属していると考え、滞留時間を組み入れた観客流動はマルコフ再生過程によってモデル化することが可能となる。

まず会場内を発生点(入口)、吸収点(出口)、および場内展示場を m ゾーンに分けて考える。観客はゾーン i で T_i 時間滞留してから次のゾーン j ($i \neq j$)に移っていくとする。 T_i の密度函数を $f_{ij}(t)$ 、分布函数を $F_{ij}(t) = P\{T_i \leq t\}$ とし、ゾーン i から次のゾーン j に移る確率を P_{ij} とする。 P_{ij} 、 f_{ij} 、 F_{ij} は次の関係を満たす。

$$\sum_j P_{ij} = 1 \quad P_{ij} \geq 0, \quad F_{ij}(t) = \int_0^t f_{ij}(\tau) d\tau, \quad F_{ij}(0) = 0 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} F_{ij}(t) = 1 \quad 0 \leq F_{ij} \leq 1 \quad t \geq 0 \quad (1)$$

このときゾーン i に移ってから t 時間後に次のゾーン j に移る条件付確率 $A_{ij}(t)$ は、

$$A_{ij}(t) = P_{ij} F_{ij}(t) \quad (2)$$

で表わせる。またゾーン i に移ってから t 時間後にまだ次のゾーンに移らずにゾーン i に滞留している条件付確率を $A_{ii}(t)$ とすると、

$$A_{ii}(t) = \sum_{j(i \neq j)} P_{ij} (1 - F_{ij}(t)) = 1 - \sum_{j(i \neq j)} A_{ij}(t) \quad (3)$$

なる関係が成立する。また $Q_{ij}(t) = \frac{d}{dt} A_{ij}(t) = P_{ij} f_{ij}(t)$ とおけば、

$$Q_{ii}(t) = - \sum_{j(i \neq j)} Q_{ij}(t) \implies \sum_j Q_{ij}(t) = 0 \quad (4)$$

が導ける。以上の準備のもとで、会場内の展示ゾーン i に注目して、時刻 t における観客数の変動を考える。展示ゾーン i の隣接ゾーン(吸収点を含む)を $k = (k_1, \dots, k_l)$ とし、また隣接発生点を $s = (s_1, \dots, s_l)$ とする。各発生点の時刻 t における入場者数を $Q_s(t)$ ($s = s_1, \dots, s_l$)として、ゾーン i の時刻 t における観客数を $N_i(t)$ で表わせば、時刻 t における観客数の変化率 $N_i'(t)$ は次式で表わせる。

$$N_i(t) = \sum_{k(k \neq i)} P_{ik} \int_0^t N_k(t-u) h_{ki}(u) du - \sum_{k(k \neq i)} P_{ik} \int_0^t N_i(t-u) h_{ik}(u) du + \sum_s P_{si} \int_0^t Q_s(t-u) h_{si}(u) du \quad (5)$$

上式で右辺第一項は吸収率を除く隣接ゾーンからゾーン*i*への単位時間当りの流入観客数。第二項は同じくゾーン*i*からの流出観客数を表わし、第三項は発着点からの単位時間当りの入場者数を表わす。 $Q_s(t) = P_{si} h_{si}(t)$ から上式は次のように書き直せる。

$$N_i(t) = \sum_k \int_0^t N_k(t-u) a_{ki}(u) du + \sum_s \int_0^t Q_s(t-u) a_{si}(u) du \quad (k = k_1, \dots, k_i, i \quad s = S_1, \dots, S_i) \quad (6)$$

ラプラス変換を行なうと

$$sN_i(s) - N_i(0) = \sum_k N_k(s) a_{ki}(s) + \sum_s Q_s(s) a_{si}^*(s) \quad (7)$$

上式をベクトル表示すれば、

$$sN(s) - N(0) = N(s)A(s) + Q(s)A^*(s) \quad (8)$$

ここで $N(s) : N_i(s) (i=1, \dots, m)$ を成分とする $1 \times m$ 行列

$A(s) : a_{ij}(s) (i, j=1, \dots, m)$ を成分とする $m \times m$ 行列

$Q(s) : Q_s(s) (s=S_1, \dots, S_m)$ を成分とする $1 \times m$ 行列

$A^*(s) : a_{si}^*(s) (s=S_1, \dots, S_m \quad i=1, \dots, m)$ を成分とする $m \times m$ 行列

$$N(s) = N(0)(sI - A(s))^{-1} + Q(s)A^*(s)(sI - A(s))^{-1} \quad (9)$$

ただし上式で I は $m \times m$ の単位行列。上式で、初期条件として $N(0)$ および入場者 $Q(s)$ を、また展示ゾーン相互間の推移を表わす $A(s)$ と入口と展示ゾーン間の推移を表わす $A^*(s)$ を与えることによって $N(s)$ が求まり、これを逆変換すれば、各展示ゾーンの時刻 t における観客数 $N(t) = \{N_1(t), \dots, N_m(t)\}$ が計算できる。定常状態を問題にする場合は、 $\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) \rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} sN(s)$ の関係から、

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow 0} sN(s) &= \lim_{s \rightarrow 0} sN(0)(sI - A(s))^{-1} + \lim_{s \rightarrow 0} Q(s)A^*(s)(sI - A(s))^{-1} \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} sQ(s)A^*(s)(-A(0))^{-1} \quad (10) \end{aligned}$$

となる。上式によれば定常状態では初期条件に無関係に決まることが明らかである。なお $a_{ij}(t) = A_{ij}(t)$ の関係から、これらをラプラス変換したもの同には次の関係が満たされている。

$$Q(s) = sA(s) - A(0) = sA(s) \quad (11)$$

上式を式(9)と式(10)にそれぞれ代入すると

$$N(s) = N(0)(sI - sA(s))^{-1} + Q(s)A^*(s)(sI - sA(s))^{-1} \quad (12)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} sN(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sQ(s)A^*(s)(-P)^{-1} \quad (13)$$

ここで $P = \lim_{s \rightarrow 0} sA(s)$ で、 P_{ij} を成分とする $m \times m$ 行列。

以上の結果、入場者分布 $Q_s(t) (s=S_1, \dots, S_m)$ を与えて、式(9)ないしは式(12)から過渡状態の観客流動を一般的に解くことができる。

3. 結論

本研究では、会場内の観客流動モデルを流れをセミマルコフ過程と考へて議論したが、観客流動をマルコフ特性を持つ流れと考える美では、吸収マルコフ過程を用いた場合と本質的な違いはないので、本モデルも十分実用性があるものと考えられる。ただ計算が複雑になることは避けられないので、電算計算機の利用が必要であろう。滞留時間分布 $h_{ij}(t)$ を指数分布と仮定すれば、比較的計算は楽になると思われる。