Ⅳ－166　　道路網における交通量配分の一方法

九州大学工学部　正員　○内田一郎
日本国有鉄道　正員　坂本修一

1. まえがき

道路網の各道路にどれほどの交通量が流れるかを知ることは，既存道路の改良や新設鉄道の建設など道路計画に際してきわめてたいせつなことである。この道路網の各道路の交通量を推定する方法についてはすでにいくつかの提案がある。本文における著者らの提案は，自動車の流れを水の流れと同じように連続的に流れるものと考えて取扱うものである。この考え方は上水道あるいは下水道における管路網の計算法に着目してその方法の応用をこころみようとするもので，つぎの２つのことに基づいている。

i) 各道路の分岐点で連続の条件が成立する。

ii) １つの閉合道路においては，損失エネルギーの和は０である。

2. 損失エネルギーの考え方

損失エネルギーの考え方は提案の交通量配分法の基礎的なものであり，この損失エネルギーの大小によって交通の配分量が違ってくる。ここでいう損失エネルギーとは自動車が道路を走ることによって失なうエネルギーであって，走行費用，所要時間，快適度などであらわすことにする。道路の延長，幅員，勾配，曲線，路面などの構造あるいは交通の状況などはこれらの走行費用，所要時間，快適度に関係づけることができる。このうち快適度はその定量化がむつかしいし，他の２つとも関係があると考えられるから，除外する。また，所要時間は走行費用と同じく金額で示すために輸送時間費用であらわすことにする。

走行費用（単位：円/台km）は車種により道路の状態によって異なると考えられるし，輸送時間費用（単位：円/台分）は輸送する物資の種類あるいは乗っている人の乗車目的などによって異なるだろう。その例を示したものが表－１，２であり，これらは日本道

表－1　既存道路と高速道路との走行費用の比較　　単位 円/台km

車種		普通自動車		小型乗用車		バス		普通トラック		小型トラック	
道路の種類		既存	高速	既存	高速	既存	高速	既存	高速	既存	高速
走行諸費用	燃料油脂	5.6	6.9	3.8	4.5	9.0	12.4	9.6	13.5	4.0	5.4
	タイヤ・チューブ	1.0	1.4	0.9	1.2	3.5	4.9	2.9	4.1	1.0	1.4
	車両維持	4.7	3.7	2.3	1.8	4.6	3.6	4.3	3.4	2.0	1.6
	車両償却	11.5	6.8	5.7	3.3	16.8	9.8	6.8	4.0	5.4	3.3
	人件費	—	—	—	—	13.1	7.8	16.6	9.9	9.9	5.5
	一般管理	3.4	2.2	3.4	2.1	16.8	10.4	19.9	12.0	11.8	7.1
	小計	26.2	21.0	16.1	12.9	63.8	48.9	60.1	46.9	34.1	24.3
走行費用に含まれる税金	燃料油脂	3.0	4.5	2.0	3.3	3.2	4.2	2.5	3.6	2.6	3.7
	車両償却	3.3	2.0	0.9	0.5	—	—	—	—	—	—
	一般管理	0.7	0.5	0.3	0.1	0.3	0.2	0.2	0.1	0.1	0.1
	人件費	—	—	—	—	1.6	1.9	1.6	1.8	0.7	0.5
	小計	7.0	7.0	3.2	3.9	5.1	6.3	4.3	5.5	3.4	4.3
純走行費用		19.2	14.0	12.9	9.0	58.7	42.6	55.8	41.4	30.7	20.0
交通混雑増大による費用増加額		1.9	—	1.3	—	5.9	—	5.6	—	3.1	—
計		21.1	14.0	14.2	9.0	64.6	42.6	61.4	41.4	33.8	20.0
差		7.1		5.2		22.0		20.0		13.8	

路公団が名神高速道路建設の際世界銀行に提出した資料である。表－１における交通混雑による費用増加額は，交通速度が交通混雑（交通密度）と関係づけられていて輸送時間費用に含ませることができるので，走行費用から除いてよい。また，表－２の時間便益額は１分速やければ１台当りいくら利益を得るかの値であるから，これを輸送時間費用と考えてよかろう。

表-2　時間便益額　　単位 円/台分

区分 / 車種	車両に対する便益	貨物あるいは旅客に対する便益	計
普通トラック	1.76	4.15	5.91
小型トラック	0.95	2.27	3.22
バス	1.32	27.60	28.92
乗用車	—	—	10.00

3.　交通量配分の方法

使用する記号はつぎのとおりである。

q：時間交通量（台/時）　$\bar{q}$：修正時間交通量（台/時）　x：時間交通量の修正量（台/時）

E：損失エネルギー（円/時）　$\bar{E}$：修正損失エネルギー（円/時）　$\bar{v}_s$：空間平均速度（km/時）

k：交通密度（台/km）　Q：時間発生あるいは吸収交通量（台/時）

e：１台の自動車が損失するエネルギー（円/時）　ℓ：道路区間長（km）

C_1：１台１km 当りの走行費用（円/台km）

C_2：１台１分当りの時間価値（輸送時間費用）（円/台分）

また，まえがきに示したものを含めてつぎのような仮定を設ける。

i) 各道路の分岐点すなわち交差点においては連続の条件が成立する。

ii) １つの閉合道路においては，損失エネルギーの和は０である。

iii) 分岐点で代表される各ゾーンの間のＯＤ交通量は与えられているものとする。

iv) 各分岐点間すなわち各ゾーン間はすくなくも１本の道路で結ばれている。

ii) の仮定について若干の説明を加えておく。たとえば図－１において，ゾーン①から交通量Q_1が発生し，ゾーン②，③においてそれぞれ交通量Q_2，Q_3が吸収されるとする。そして図に示すように①から②に向う交通量をq_{12}，①から③に向う交通量をq_{13}，③から②に向う交通量をq_{32}とする。これらの交通によって失なわれるエネルギーに対して時計まわりを正とすればつぎの式が成立する。

$$E_{13} + E_{32} - E_{12} = 0 \qquad すなわち \qquad E_{13} + E_{32} = E_{12}$$

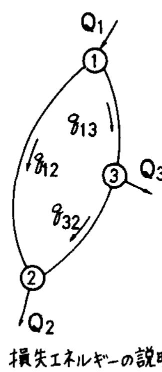


図-1 損失エネルギーの説明

この式は①から②へ向う交通によって失なわれるエネルギーは経路にかかわらず一定であることを意味する。すなわち任意の２分岐点間の損失エネルギーはどの経路をとっても等しい。以上の仮定に基づいて話をすすめていく。

いま１本の道路を考え，その道路を１台の自動車が走ることによって失なわれるエネルギーをeとする。走行費用をe_r，輸送時間費用をe_tとすれば　$e = e_r + e_t$

この道路の交通量をqとすると，全損失エネルギーEはつぎのようになる。

$$E = q(e_r + e_t) \qquad しかるに \quad e_r = C_1\ell, \quad e_t = C_2\frac{\ell}{\bar{v}_s}\times 60$$

$$\therefore \quad E = q\left(C_1\ell + C_2\frac{\ell}{\bar{v}_s}\times 60\right) \qquad \cdots\cdots (1)$$

空間平均速度$\bar{v}_s$と交通密度kとの間の関係はたとえばつぎのようにいろいろな形であらわせる。

$\bar{v}_s = -\frac{7}{12}k + 70$ ……(2)[1]　$\bar{v}_s = 27.5 \log \frac{140}{k}$ ……(3)[2]　$\bar{v}_s = \bar{v}_{s0} - (\bar{v}_{s0} - v_c)(\frac{k}{k_c})^m$ ……(4)[3]

ただし　$\bar{v}_{s0}$ ：自由走行時の空間平均速度（km/時）　v_c：可能容量に達したときの平均速度（km/時）

k_c ：可能容量のときの交通密度（台/km）　m：定数

ここでは(2)式の形で考えることにする。すなわち　$\bar{v}_s = ak + b$ ……(5)

ただし　a, b ：定数

また　$q = k\bar{v}_s$ ……(6)

(5), (6)式よりkを消去してつぎの式を得る。

$\bar{v}_s = \frac{b + \sqrt{b^2 + 4aq}}{2}$　$(\bar{v}_s \geqq 0)$ ……(7)

(1)式へ(7)式を入れると

$E = q\left(C_1 l + \frac{120 C_2 l}{b + \sqrt{b^2 + 4aq}}\right) = C_1 q l - \frac{30 b C_2 l}{a} + \frac{30 C_2 l}{a}\sqrt{b^2 + 4aq}$ ……(8)

(8)式において　$A = C_1 l$,　$B = -\frac{30 b C_2 l}{a}$,　$C = \frac{30 C_2 l}{a}$　とおくと

$E = Aq + B + C\sqrt{b^2 + 4aq}$ ……(9)

Eの微小変化ΔEがqの微小変化Δqによってどのように変化するかを考えてみる。(9)式においてEを$E + \Delta E$, qを$q + \Delta q$とすると

$E + \Delta E = A(q + \Delta q) + B + C\sqrt{b^2 + 4a(q + \Delta q)}$ ……(10)

(10)式の平方根（$\sqrt{\ }$）の項を二項定理を利用して展開するとつぎのようになる。

$$\sqrt{b^2 + 4a(q + \Delta q)} = \{b^2 + 4a(q + \Delta q)\}^{\frac{1}{2}} = (b^2 + 4aq)^{\frac{1}{2}}\left\{1 + \frac{\frac{1}{2}}{1!}\frac{4a\Delta q}{b^2 + 4aq} + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2} - 1)}{2!}\left(\frac{4a\Delta q}{b^2 + 4aq}\right)^2 + \cdots\cdots\right\}$$

この結果を｛　｝内の第３項以下を無視して(10)式に入れるとつぎのようになる。

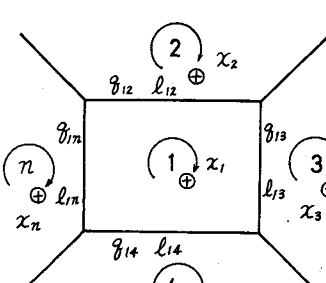
$E + \Delta E = Aq + B + C\sqrt{b^2 + 4aq} + \left(A + \frac{2aC}{\sqrt{b^2 + 4aq}}\right)\Delta q$ ……(11)

(9)式と(11)式とより

$\Delta E = \left(A + \frac{2aC}{\sqrt{b^2 + 4aq}}\right)\Delta q = \alpha \Delta q$ ……(12)

ただし　$\alpha = A + \frac{2aC}{\sqrt{b^2 + 4aq}} = C_1 l + \frac{60 C_2 l}{\sqrt{b^2 + 4aq}}$ ……(13)

いま図－２のような道路網を想定し，閉合道路１を対象にして話をすすめる。各道路区間の長さをl_{12}, l_{13}, ……, l_{1n}とし，また各区間の仮定時間交通量をそれぞれq_{12}, q_{13}, ……, q_{1n}とする。このq_{12}, q_{13} ……, q_{1n}を(8)式あるいは(9)式に入れて得られるE_{12}, E_{13} ……, E_{1n}が各道路区間の損失エネルギーである。符号は時計まわりが＋，反時計まわりが－である。



図－２　閉合道路

仮定した時間交通量q_{12}, q_{13}, ……, q_{1n}が求める配分時間交通量ならば図－２の閉合道路１においてつぎの式が成立つ。

$\sum E = E_{12} + E_{13} + \cdots\cdots + E_{1n} = 0$ ……(14)

しかし実際には仮定時間交通量は求める配分時間交通量と等しくないであろう。したがって　$\sum E = E_{12} + E_{13} + \cdots\cdots + E_{1n} \neq 0$ ……(15)

そこで各道路区間の仮定時間交通量q_{12}, q_{13}, ……, q_{1n}を修正して$\sum E = 0$の閉合条件を満足させる必要がある。いま各閉合道路（1, 2, 3, ……, n）の修正交通量を図－２に示すようにそれぞれx_1,

, x_2, x_3, -----, x_nとし，これによって仮定時間交通量が修正されるものとする。その修正された時間交通量をそれぞれ$\bar{q}_{12}$, $\bar{q}_{13}$, ----, $\bar{q}_{1n}$とすれば

$$\bar{q}_{12} = q_{12} + x_1 - x_2,\quad \bar{q}_{13} = q_{13} + x_1 - x_3,\ ----,\quad \bar{q}_{1n} = q_{1n} + x_1 - x_n \text{ ------------- } (16)$$

この修正された時間交通量$\bar{q}_{12}$, $\bar{q}_{13}$, ----, $\bar{q}_{1n}$による損失エネルギーをそれぞれ$\bar{E}_{12}$, $\bar{E}_{13}$, -----, $\bar{E}_{1n}$とすると

$$\Sigma \bar{E} = \bar{E}_{12} + \bar{E}_{13} + \text{------} + \bar{E}_{1n} = 0 \text{ ------------- } (17)$$

q_{12}, q_{13}, -----, q_{1n}はそれぞれ微小変化と考えられる$(x_1 - x_2)$, $(x_1 - x_3)$, -----, $(x_1 - x_n)$で修正されて$\bar{q}_{12}$, $\bar{q}_{13}$, ----, $\bar{q}_{1n}$になったのであるから，$\bar{E}_{12}$, $\bar{E}_{13}$, -----, $\bar{E}_{1n}$も微小変化ΔE_{12}, ΔE_{13}, -----, ΔE_{1n}の値によってE_{12}, E_{13}, ----, E_{1n}が修正されたものと考えてよかろう。すなわち

$$\bar{E}_{12} = E_{12} + \Delta E_{12},\quad \bar{E}_{13} = E_{13} + \Delta E_{13},\ \text{--------},\quad \bar{E}_{1n} = E_{1n} + \Delta E_{1n} \text{ ------------- } (18)$$

また(12)式より $\Delta E_{12} = \alpha_{12}(x_1 - x_2)$, $\Delta E_{13} = \alpha_{13}(x_1 - x_3)$, -------, $\Delta E_{1n} = \alpha_{1n}(x_1 - x_n)$ ----(19)

であるから，これを(18)式に入れて

$$\bar{E}_{12} = E_{12} + \alpha_{12}(x_1 - x_2),\quad \bar{E}_{13} = E_{13} + \alpha_{13}(x_1 - x_3),\ \text{-----------},\quad \bar{E}_{1n} = E_{1n} + \alpha_{1n}(x_1 - x_n) \text{ --- } (20)$$

この(20)式を(17)式に入れて

$$(\alpha_{12} + \alpha_{13} + \text{-----} + \alpha_{1n})x_1 - \alpha_{12}x_2 - \alpha_{13}x_3 - \text{------} - \alpha_{1n}x_n = -(E_{12} + E_{13} + \text{------} + E_{1n}) \text{ ----------- } (21)$$

この(21)式は閉合道路1に対するものであるけれども，他の閉合道路2, 3, ----, nにおいても同じような式が成立する。したがって閉合道路の数nと同じ数だけ式ができることになり，x_1, x_2, ------, x_nはこのn元の連立一次方程式を解くことによって求まる。なお，α_{12}, α_{13}, -----, α_{1n}の値およびE_{12} E_{13}, -----, E_{1n}は時間交通量q_{12}, q_{13}, -----, q_{1n}を仮定することによってそれぞれ(13)式および(8)式より求めることができる。求まった修正交通量x_1, x_2, ----, x_nが実用上無視できる程度の小さい値であるならば，仮定時間交通量q_{12}, q_{13}, -----, q_{1n}をそのまま求める配分交通量としてよい。しかし一般にはx_1, x_2, ----, x_nが一度だけの計算で希望の値になることは困難である。そこでこの求まったx_1, x_2, ------, x_nの値を(16)式に入れて得た修正時間交通量$\bar{q}_{12}$, $\bar{q}_{13}$, ----, $\bar{q}_{1n}$を(13)式および(8)式に入れて新たなα_{12}, α_{13}, -----, α_{1n}およびE_{12}, E_{13}, -----, E_{1n}を求め，これらの値を使って(21)式によりn元の連立一次方程式をつくる。所望のx_1, x_2, ----, x_nが求まるまでこれを繰返すのである。なお，この繰返し計算は電子計算機を使用すればよい。

4. 例題

図-3は車種を普通乗用車として計算してみた結果である。なお，$a = -\frac{7}{12}$, $b = 70$, $C_1 = 19.2$ 円/台km, $C_2 = 10.0$ 円/台分を使用し，また( )をつけない方が仮定時間交通量，( )内の値が結果である。

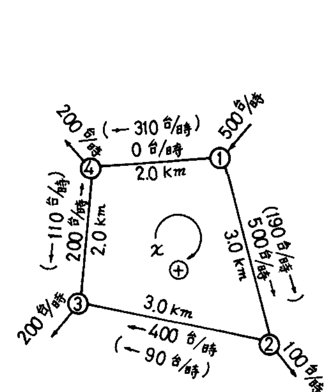


図-3 例 題

参考文献

1) 高田弘：交通容量（技術書院），1965.4, p.56の図-33のグラフから定数を定めたものである。 2) H. Greeberg : An Analysis of Traffic Flow, Operations Research Vol. 7, 1959, p.79 3) 星埜和：道路交通量と走行速度の調査及び両者の相互関係について，第6回日本道路会議論文集，1961, p.619