IV－163　　交通量配分に関する２，３の考察

京都大学工学部　正　員　飯田恭敬
京都大学大学院　学生員　○辻本有一

1．まえがき

交通量配分に関する研究はすでに数多く行なわれておりこれを大まかに分類すると、最短経路による配分，等時間原理による配分，輸送計画的配分にまとめられる。本研究では後者２つの立場より考察を試みるものである。またネットワーク理論で交通量配分を取扱うときはマルティコモディティの問題として，各ＯＤごとに経由する区間道路（アーク）の交通量を変量として論じることが多かった　これをアークフローによる配分と呼ぶことにする。一方これに対し各ＯＤに対しパスが指定されるとこれらのパスの交通量を変量として配分を取扱うことができる。これをパスフローによる配分ということにする。本文ではこれら２つの方法によって上のことを論じるものである。

2．パスフローによる交通量配分

あるＯＤに関していくつかのパスが存在するとき、各パスを流れるフロー値をパスフローと定義しておく。従ってパスフローの条件式として各ＯＤに対し次式が成立している。

$$S^k = \sum_p x_p^k \qquad (k=1,2,\cdots\cdots,m) \tag{1}$$

こゝにS^kはＯＤがkの交通量であり，x_p^kはＯＤがkでパスがpのパスフローを示している。

いま区間道路の走行所要時間T_{ij}が交通量に線型依存するものと仮定することにする。

$$T_{ij} = l_{ij}\left(a_{ij}\sum_{k,p\in ij} x_p^k + b_{ij}\right) \tag{2}$$

こゝにl_{ij}は区間道路長，a_{ij}，b_{ij}は構造面から決まる定数，$\sum_{k,p\in ij} x_p^k$は区間ijを通るパスフローの総計すなわちij区間交通量を示す。

i）等時間原理による配分法

等時間原理の配分法では各ＯＤごとにそのどのパスを選択しようとも所要時間が全て等しくなるよう配分される。さてkというＯＤのパスP_iの所要時間T_p^kは式(2)を用いて次のように示せる。

$$T_p^k = \sum_{ij\in k,p} T_{ij} = \sum_{ij\in k,p} l_{ij}\left(a_{ij}\sum_{k,p\in ij} x_p^k + b_{ij}\right) \tag{3}$$

こゝに等時間原理よりＯＤkについて次式が成立しているがこのうち独立な条件式は(n_k-1)個である。

$$T_1^k = T_2^k = \cdots\cdots\cdots = T_{n_k}^p \tag{4}$$

同様にしてＯＤがiのパス数をn_iとすると各ＯＤに対して独立な等時間原理の条件式がそれぞれ(n_i-1)個，$(i=1,2,\cdots\cdots,m)$成立していることになる。また同時に各ＯＤに対し１個ずつ式(1)が成立している。そこでいまこのＯＤごとに独立な等時間原理の条件式が全てのＯＤについても独立であると考えると条件式の数は，等時間原理の条件式，ＯＤ条件式の数を加えあわせ，$\sum_{i=1}^{m}(n_i-1)+m = \sum_{i=1}^{m} n_i$となる。一方，変量の数はパス数と同じであるから$\sum_{i=1}^{k} n_i$である。従って条件式と変量の数が一致するのでこのときは式(1)と式(4)から構成される連立方程式を解けばよい。しかし一般的にはすべてのＯＤについて等時間原理の条件式を眺めたとき長距離ＯＤのパスが短距離ＯＤのパスを重ね合せることによって得られることが多いので独立な条件式の数は$\sum_{i=1}^{m} n_i$より少なくなってしまう。こ

のようなときは等時間原理による配分は不可能である。

ii）輸送計画による配分法（総走行時間最小）

総走行所要時間は式（2）から次のようになるが問題は式（1）の条件のもとで式（5）を最小にするよ

$$T=\sum_{ij} T_{ij} X_{ij} = \sum_{ij} \{ l_{ij} (a_{ij} \sum_{k,p \in ij} x_p^k + b_{ij}) \sum_{k,p \in ij} x_p^k \} \tag{5}$$

うな x_p^k を求めることである。つまり条件付極値を求める問題となるからラグランジェの未定係数法により求めることができる。ラグランジェ関数は次式のようになり、この解は式（7）の連立1次方程式

$$F=\sum_{ij} \{ l_{ij} (a_{ij} \sum_{k,p \in ij} x_p^k + b_{ij}) \sum_{k,p \in ij} x_p^k \} + \sum_k \lambda_k (S_k - \sum_p x_p^k) \tag{6}$$

を解くことによって求められる。条件式と変量の数が常に一致しているので問題はない。

$$\begin{cases} \partial F / \partial x_p^k = 0 & (k=1,2,\cdots\cdots,m \ ; \ p=1,2,\cdots\cdots,n_k) \\ \partial F / \partial \lambda_k = 0 & (k=1,2,\cdots\cdots,m) \end{cases} \tag{7}$$

このモデルには交差点の影響、有料道路の問題も含めて配分が可能となる。交差点 α での右折、左折、直進の平均待ち時間を t_L^α, t_R^α, t_s^α とすると交差点における総待ち時間は式（8）のようになる。

$$t=\sum_{\alpha,R} \sum_{k,p \in \alpha,R} x_p^k t_R^\alpha + \sum_{\alpha,L} \sum_{k,p \in \alpha,L} x_p^k t_L^\alpha + \sum_{\alpha,S} \sum_{k,p \in \alpha,S} x_p^k t_s^\alpha \tag{8}$$

また有料道路の場合、通行料金および交通量増加によって希望速度 t_l^* 以下になったときの損失を考慮して総走行時間を次式で表わすことにする。M_l は有料道路 l の通行料金、δ は時間価値、t_l は交通量

$$D=\begin{cases} \sum_{k,p \in l} x_p^k M_l/\delta + \{ (a_l \sum_{k,p \in l} x_p^k + b_l) - t_l^* \} \sum_{k,p \in l} x_p^k = \sum_{k,p \in l} x_p^k M_l/\delta + (t_l - t_l^*) \sum_{k,p \in l} x_p^k & t_l \geq t_l^* \\ \sum_{k,p \in l} x_p^k M_l/\delta & t_l < t_l^* \end{cases} \tag{9}$$

に依存した有料道路 l の走行所要時間である。従って式（6）に式（8）,（9）を加えればよい。

$$U=T+t+D+\sum_k \lambda_k (S_k - \sum_p x_p^k) \tag{10}$$

また区間道路に容量制限がつけば2次計画の問題として取扱われる。

3. アークフローによる交通量配分

各ODの各アークの交通量を変量として総走行時間を最小にするような流れとして配分を行なう。いま対象とするネットに、m 本のアーク、n 個のノード、g 個のODがあるものとして、y_{ij}^k をOD k のアーク ij の交通量、S_k をOD k のOD交通量、C_{ij} をアーク ij の交通容量とすると、制約条件は

連続の条件
$$\sum_j (y_{ij}^k - y_{ji}^k) = \begin{cases} S_k & (i \text{ が OD } k \text{ の始点の場合}) \\ -S_k & (i \text{ が OD } k \text{ の終点の場合}) \\ 0 & (i \text{ が OD } k \text{ の通過点の場合}) \end{cases} \quad \begin{pmatrix} i=1,2,\cdots\cdots,n-1 \\ k=1,2,\cdots\cdots,g \end{pmatrix} \tag{11}$$

容量の制限
$$\sum_k y_{ij}^k \leq C_{ij} \qquad (ij=1,2,\cdots\cdots,m) \tag{12}$$

となる。アーク ij の走行時間 T_{ij} は式（2）の表現を少し修正して

$$T_{ij}= a_{ij} \sum_k y_{ij}^k + b_{ij} \tag{13}$$

とあらわす。こゝに a_{ij}, b_{ij} はアーク ij に固有の定数である。ネット内の総走行時間は

$$\sum_{ij} \sum_k T_{ij} y_{ij}^k = \sum_{ij} \{ (a_{ij} \sum_k y_{ij}^k + b_{ij}) \sum_k y_{ij}^k \} \tag{12}$$

であるから　式（11），（12）および $y_{ij}^k \geq 0$ ，（$k=1,2,\cdots,g \ ; \ ij=1,2,\cdots,m$）なる条件のもとで式（12）を最小にする y_{ij}^k の組を求めればよい。この問題は制約条件式が1次式で、目的関数が2次式となって、2次計画法（Quadratic Programming）として定式化できる。

参考文献　佐佐木綱　交通流理論　交通工学3　技術書院　昭和40年4月