ベースと目的連関を考慮したＯＤ表の推計

○ 交通都市計画コンサルタント　島内三郎
京都大学工学部　飯田恭敬
〃　辻本有一
〃　岩本康夫
〃　竹本恒行

1、人のＯＤはあるひとつの都市では、そのトリップ目的に依存している。そしてトリップ目的はその人の描くトリップサイクルの各回毎に遷移するのが普通であり、その第１トリップ目の目的構成数はサイクルのベース(住居、勤務先、駅、ホテルなど)にいる人の職種、年令、性別などによってきまる。「ベース別目的別パーソントリップＯＤ表」はベース毎に描かれる各人のサイクルの中で、同じ目的をもったトリップのみを全市全人全日について集めたものであり、都市の交通計画の基本になるものである。

2. ベースにいる人の職種別目的別第１トリップの発生原単位をえておけば、そのゾーン別将来値

A_i^a：i ゾーンから発生する第１トリップの目的が a であるトリップ数。

A_i^b：　〃　b　〃

などを知ることができる。これを a, b, c 3目的を例としてベクトル表示する。(n：ゾーン個数)

$A^a=(A_1^a, A_2^a, \cdots, A_i^a, \cdots, A_n^a)$　　$A^b=(A_1^b, A_2^b, \cdots A_i^b \cdots, A_n^b)$　　$A^c=(A_1^c, A_2^c, \cdots A_i^c \cdots A_n^c)$

次のマトリックス表示も定義しておこう。

$$\mathbb{A}=\begin{pmatrix} A^a & & \\ & A^b & \\ & & A^c \end{pmatrix} \text{その形} \underbrace{\left(\begin{array}{c:c:c} \text{—} & & \\ & \text{—} & \\ & & \text{—} \end{array}\right)}_{n\times 3\text{列}} 3\text{行} \qquad \bar{\mathbb{A}}=(A^a, A^b, A^c) \text{ その形 } \underbrace{\left(\begin{array}{c:c:c} \text{—} & \text{—} & \text{—} \end{array}\right)}_{n\times 3\text{列}} 1\text{行}$$

3. 目的連関　ある目的をもったトリップから次の目的をもったトリップへ移行する確率を、たとえば q_{ab} などとかくと、q は次のような吸収マルコフ行列を作る。(添字０はベース)

$$Q=\underbrace{\left(\begin{array}{c:ccc} I & 0 & 0 & 0 \\ \hdashline q_{ao} & q_{aa} & q_{ab} & q_{ac} \\ q_{bo} & q_{ba} & q_{bb} & q_{bc} \\ q_{co} & q_{ca} & q_{cb} & q_{cc} \end{array}\right)}_{4\text{列}} 4\text{行} \qquad \text{この } Q \text{ から} \qquad Y=\underbrace{\begin{pmatrix} q_{aa} & q_{ab} & q_{ac} \\ q_{ba} & q_{bb} & q_{bc} \\ q_{ca} & q_{cb} & q_{cc} \end{pmatrix}}_{3\text{列}} 3\text{行}; \quad R=\underbrace{\begin{pmatrix} q_{ao} \\ q_{bo} \\ q_{co} \end{pmatrix}}_{1\text{列}} 3\text{行} \text{ を取出しておく。}$$

目的連関行列　　帰宅部分ベクトル

更に Y から $\overset{*}{Y}$ として次のように拡大した行列を定義しておこう。

$$\overset{*}{Y}=\underbrace{\left(\begin{array}{c:c:c} \begin{matrix} q_{aa} & & \\ & \ddots & \\ & & q_{aa} \end{matrix} & \begin{matrix} q_{ab} & & \\ & \ddots & \\ & & q_{ab} \end{matrix} & \begin{matrix} q_{ac} & & \\ & \ddots & \\ & & q_{ac} \end{matrix} \\ \hdashline \begin{matrix} q_{ba} & & \\ & \ddots & \\ & & q_{ba} \end{matrix} & \begin{matrix} q_{bb} & & \\ & \ddots & \\ & & q_{bb} \end{matrix} & \begin{matrix} q_{bc} & & \\ & \ddots & \\ & & q_{bc} \end{matrix} \\ \hdashline \begin{matrix} q_{ca} & & \\ & \ddots & \\ & & q_{ca} \end{matrix} & \begin{matrix} q_{cb} & & \\ & \ddots & \\ & & q_{cb} \end{matrix} & \begin{matrix} q_{cc} & & \\ & \ddots & \\ & & q_{cc} \end{matrix} \end{array}\right)}_{n\times 3\text{列}} n\times 3\text{行} \qquad \overset{*}{R}=\underbrace{\left(\begin{array}{c} \begin{matrix} q_{ao} & & \\ & \ddots & \\ & & q_{ao} \end{matrix} \\ \hdashline \begin{matrix} q_{bo} & & \\ & \ddots & \\ & & q_{bo} \end{matrix} \\ \hdashline \begin{matrix} q_{co} & & \\ & \ddots & \\ & & q_{co} \end{matrix} \end{array}\right)}_{n\text{列}} n\times 3\text{行} \qquad \mathbb{P}=\left(\begin{array}{c:c:c} P^a & & \\ \hdashline & P^b & \\ \hdashline & & P^c \end{array}\right)$$

4. 遷移行列　いま目的別のＯＤ遷移行列 P^a, P^b, P^c が与えられたと仮定しよう。行列 $\mathbb{P}$ を定義する。

1トリップした後の着エンドベクトルは　$\bar{\mathbb{A}}\mathbb{P}$

2トリップ　〃　$\bar{\mathbb{A}}\mathbb{P}(\overset{*}{Y}\mathbb{P})$

n トリップ　〃　$\bar{\mathbb{A}}\mathbb{P}(\overset{*}{Y}\mathbb{P})^{n-1}$

$n\to\infty$ としてその合計は　$\bar{\mathbb{A}}\mathbb{P}(I-\overset{*}{Y}\mathbb{P})^{-1}=\bar{\mathbb{V}}$ ……(1)

一方発トリップエンドベクトルは上と同様にして、その合計は　$\bar{\mathbb{A}}+\bar{\mathbb{A}}\mathbb{P}(I-\overset{*}{Y}\mathbb{P})^{-1}\overset{*}{Y}=\bar{\mathbb{U}}$ ……(2)

$\bar{\mathbb{V}}$ も $\bar{\mathbb{U}}$ も $\bar{\mathbb{A}}$ と同じ形をしている。$\bar{\mathbb{A}}$ のかわりに $\mathbb{A}$ を使うと $\mathbb{A}$ と同じ形になる。

$\bar{\mathbb{V}}$のゾーン毎の重みベクトル$(v)=(v^a, v^b, v^c)$，$\bar{U}$の重み$(u)=(u^a, u^b, u^c)$がわかれば，重力モデル的エントロピー法などを使って目的別遷移行列P^a, P^b, P^cなどを求めることができる。いま目的別総トリップ数$(\dot{V}^a, \dot{V}^b, \dot{V}^c)$は別に推計されるので，$\bar{\mathbb{V}}=(\dot{V}^a v^a, \dot{V}^b v^b, \dot{V}^c v^c)$とあらわせる。$(\dot{V}^a, \dot{V}^b, \dot{V}^c)=(\dot{A}^a, \dot{A}^b, \dot{A}^c)(I-Y)^{-1}$。ここで$\dot{A}$は第1トリップ成生数である。また$\bar{U}=(\dot{U}^a u^a, \dot{U}^b u^b, \dot{U}^c u^c)$とあらわせる。

さて(2)式に(1)式を代入すれば　$\bar{U}=\bar{\mathbb{A}}+\bar{\mathbb{V}}\overset{*}{Y}$ ……… (3)

これから　$(\dot{U}^a u^a, \dot{U}^b u^b, \dot{U}^c u^c)=(A^a, A^b, A^c)+(\dot{V}^a v^a, \dot{V}^b v^b, \dot{V}^c v^c)\overset{*}{Y}$ ……… (4)

をうるが，全日においては$\dot{U}=\dot{V}$となるので，土地利用計画にもとづいて(v)が与えられれば，(u)を求めることができる。

こうして求めた(u)と所与の(v)，ゾーン間所要時間t_{ij}，トリップ長分布の重力係数γによってエントロピー法によって計算された(目的別に個々に計算)$\overset{*}{P}$は，先に仮定したPとどのような関係にあるか。$\overset{*}{P}$を$\mathbb{P}$のように並べた行列を$\overset{*}{\mathbb{P}}$とかくと，エントロピー法の性質から

$$\bar{U}\overset{*}{\mathbb{P}}=\bar{\mathbb{V}}$$

(3)式を代入して　$(\bar{\mathbb{A}}+\bar{\mathbb{V}}\overset{*}{Y})\overset{*}{\mathbb{P}}=\bar{\mathbb{V}}$

(1)式を代入して　$\{\bar{\mathbb{A}}+\bar{\mathbb{A}}\mathbb{P}(I-\overset{*}{Y}\mathbb{P})^{-1}\overset{*}{Y}\}\overset{*}{\mathbb{P}}=\bar{\mathbb{A}}\mathbb{P}(I-\overset{*}{Y}\mathbb{P})^{-1}$

$$\bar{\mathbb{A}}\{I+\mathbb{P}(I-\overset{*}{Y}\mathbb{P})^{-1}\overset{*}{Y}\}\overset{*}{\mathbb{P}}=\bar{\mathbb{A}}\mathbb{P}(I-\overset{*}{Y}\mathbb{P})^{-1} \quad \cdots\cdots (5)$$

左辺の{ }の中は，$I+\mathbb{P}\overset{*}{Y}+\mathbb{P}\overset{*}{Y}\mathbb{P}\overset{*}{Y}+\cdots\cdots=(I-\mathbb{P}\overset{*}{Y})^{-1}$であるから，(5)式に左から$\mathbb{A}^{-1}$をかけ

$$(I-\mathbb{P}\overset{*}{Y})^{-1}\overset{*}{\mathbb{P}}=\mathbb{P}(I-\overset{*}{Y}\mathbb{P})^{-1} \quad \cdots\cdots (6)$$

右辺は　$\mathbb{P}+\mathbb{P}\overset{*}{Y}\mathbb{P}+\mathbb{P}\overset{*}{Y}\mathbb{P}\overset{*}{Y}\mathbb{P}+\cdots\cdots=(I-\mathbb{P}\overset{*}{Y})^{-1}\mathbb{P}$　ともかけるから，(6)式は

$$(I-\mathbb{P}\overset{*}{Y})^{-1}\overset{*}{\mathbb{P}}=(I-\mathbb{P}\overset{*}{Y})^{-1}\mathbb{P} \qquad \therefore\ \overset{*}{\mathbb{P}}=\mathbb{P}$$

5. OD表の作成

(4)式で求めた(u)を使って$\bar{U}$を作り，その目的別ベクトル$\bar{U}^a, \bar{U}^b, \bar{U}^c$を次のように並べた行列　$\bar{\mathbb{U}}=\left(\begin{array}{c:c:c} \diagdown\bar{U}^a & \diagdown\bar{U}^b & \diagdown\bar{U}^c \end{array}\right)$　を作り，$\bar{\mathbb{U}}\overset{*}{\mathbb{P}}$　を計算すれば目的別OD表がえられる。

第1トリップ目の目的が何であったかは，ベースに利用できる自家用車があったかどうかによって，全市全日の自動車利用率に影響をもつ。もし第1トリップ目の目的によって更に目的別OD表を作りたいときには，(2)式の$\bar{\mathbb{A}}$を$\mathbb{A}$にしてUを計算する。すなわち

$$U=\mathbb{A}+\mathbb{A}\overset{*}{\mathbb{P}}(I-\overset{*}{Y}\overset{*}{\mathbb{P}})^{-1}\overset{*}{Y} \quad \cdots\cdots (7)$$

このUは　$\overbrace{\left(\begin{array}{c:c:c} = & = & = \end{array}\right)}^{n\times 3\text{列}}{}^{3\text{行}}$　のような形をしており，このUを　$\mathbb{U}=\left(\begin{array}{c:c:c} \diagdown & \diagdown & \diagdown \\ \hdashline \diagdown & \diagdown & \diagdown \\ \hdashline \diagdown & \diagdown & \diagdown \end{array}\right)$　のような形に並べかえて　$\mathbb{U}\overset{*}{\mathbb{P}}$を計算すればえられる。

6. 帰宅のOD表

ベースへの帰途のOD確率はベースを出てからそれまでに経過して来たOD確率行列の積(順々に)を転置したものであらわせる。いま第1トリップ数について

$$(A^a)=\begin{pmatrix} A_1^a & & \\ & A_2^a & \\ & & \ddots \\ & & & A_n^a \end{pmatrix}$$

などと並べ

$$(\mathbb{A})=\begin{pmatrix} (A^a) & & \\ & (A^b) & \\ & & (A^c) \end{pmatrix}=\left(\begin{array}{c:c:c} \diagdown & & \\ \hdashline & \diagdown & \\ \hdashline & & \diagdown \end{array}\right)$$

を定義しておけば，

第1トリップ目からの帰宅(後)は　$\{(\mathbb{A})\overset{*}{\mathbb{P}}\overset{*}{R}\}'$

第2　〃　$\{(\mathbb{A})\overset{*}{\mathbb{P}}\overset{*}{Y}\overset{*}{\mathbb{P}}\overset{*}{R}\}'$

第n　〃　$\{(\mathbb{A})\overset{*}{\mathbb{P}}(\overset{*}{Y}\overset{*}{\mathbb{P}})^{n-1}\overset{*}{R}\}'$

$n\to\infty$としてその合計は　$\{(\mathbb{A})\overset{*}{\mathbb{P}}(I-\overset{*}{Y}\overset{*}{\mathbb{P}})^{-1}\overset{*}{R}\}'$ ……(8)

となる。これがそのまま帰宅トリップのOD表である。