

京都大学・工学部 正員 丹羽 義 次

京都大学・工学部 正員 小林 昭 一

京都大学・大学院 学生員 平 島 健 一

1. まえがき

ダム・地下発電所あるいは圧力トンネル等の設計に際しては岩盤の力学的性質の慎重な検討が要求される。この岩盤の力学的性質は岩層あるいは岩塊のそれとは異なり、地質学的な種々の影響をうけているため、それらの影響をうけたよりの状態で現場岩盤試験を行なうことが必要である。

ここでは岩盤の弾性係数(変形係数)の算定の一資料とするために岩盤を直交異方性体と仮定し、この弾性体内の円孔上に荷重が作用した場合の応力および変形状態を解析したものである。岩盤を2次元問題として取扱ひ、主弾性係数も円孔軸に垂直な面内にあるようなものを対象とした。前面の都合上、以下では本室試験の場合のような円形巻立覆工を有する直交異方性岩盤のみを取りあげる。

2. 直交異方性弾性体内の応力・変位

Fig. 1 に示すように座標軸を直交異方性体の弾性主軸にとるべし、応力関数 F は次の基礎方程式で満足しなければならぬ。

$$u_{22} \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + (2u_{12} + u_{66}) \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + u_{11} \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0 \quad (1)$$

上式中の $u_{11}, u_{12}, u_{22}, u_{66}$ の各係数は直交異方性体の弾性係数に依拠したものである。(1)式で満足する解は2つの解関数を用いて求められ、これを利用して応力および変位成分が一般的に与えられる。以下特別な場合として円孔(半径 a) 周縁上に次式に示す等価荷重 $p(\theta)$ および接線荷重 $q(\theta)$:

$$p(\theta) = \frac{q_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta), \quad q(\theta) = \frac{q_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (C_n \cos n\theta + D_n \sin n\theta) \quad (2)$$

が同時に作用する場合の円孔周縁における変位 u_r, u_θ は若 F の計算のより、

$$\left. \begin{aligned} u_r &= -\frac{1}{4} \left\{ p_0 a_0 + p_0 (a_2 - a_0) - \frac{1}{4} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n-1} \left[\{ \beta_n n + (\alpha_{n-2} + \beta_{n-2}) + (p_n a_n - q_n b_n) + \beta_0 (n-1) (\alpha_{n+2} - \beta_{n+2}) \} \cos n\theta \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \{ -\beta_0 n + (\alpha_{n-2} + \beta_{n-2}) + (q_n a_n - p_n b_n) + \beta_0 (n-1) (\alpha_{n+2} - \beta_{n+2}) \} \sin n\theta \right] \right\} \\ u_\theta &= -\frac{1}{4} \left\{ p_0 a_0 - p_0 (a_2 - a_0) + \frac{1}{4} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n-1} \left[\{ \beta_n n + (\alpha_{n-2} + \beta_{n-2}) - (p_n a_n - q_n b_n) + \beta_0 (n-1) (\alpha_{n+2} - \beta_{n+2}) \} \cos n\theta \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \{ \beta_0 (n+1) (\alpha_{n-2} + \beta_{n-2}) + (\alpha_n a_n - p_n b_n) - \beta_0 (n-1) (\alpha_{n+2} - \beta_{n+2}) \} \sin n\theta \right] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

で与えられる。ここに、

$$\beta_0 = \frac{1}{2} \left(\alpha_0 - \frac{u_{66}}{u_{11}} \right), \quad \beta_1 = u_{11} \left(\frac{1}{2} + \frac{u_{12}}{u_{11}} + \frac{u_{66}}{u_{11}} \right), \quad \beta_2 = \sqrt{\frac{2u_{12} + u_{66}}{u_{11}}} + 2 \sqrt{\frac{u_{66}}{u_{11}}}, \quad \beta_3 = \sqrt{\frac{u_{66}}{u_{11}}}$$

$$p_n = 2 \left\{ n \left(\alpha_n + \frac{u_{66}}{u_{11}} \right) + \left(\alpha_{n-2} + \beta_{n-2} + \frac{u_{66}}{u_{11}} \right) \right\}, \quad q_n = 2 \left\{ n \left(\alpha_{n-2} + \beta_{n-2} + \frac{u_{66}}{u_{11}} \right) + \left(\alpha_n + \frac{u_{66}}{u_{11}} \right) \right\}$$

つまり、直交異方性弾性体の円形覆工、内半径 b 、外半径 a の外縁上に(2)式で定義した荷重 $p(\theta)$ および $q(\theta)$ が作用する場合の覆工内の応力・変位は Airy の応力関数中:

$$\phi = A_0 r^2 + B_0 \ln r + C_0 \theta + \{ (A_1 r^2 - B_1 r^{-1}) \cos \theta + (A_1 r^2 - B_1 r^{-1}) \sin \theta \} \\ + \sum_{n=2}^{\infty} \{ (A_n r^{n+2} + B_n r^{n+1} + C_n r^n + D_n r^{n-1}) \cos n\theta + (A_n r^{n+2} + B_n r^{n+1} + C_n r^n + D_n r^{n-1}) \sin n\theta \} \quad (4)$$

を利用すれば、次式で求められる。ここに覆工は平面応力状態に依拠する。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2}, \quad \sigma_\theta = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2}, \quad \sigma_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) \\ u_r &= \frac{1+\nu}{E} \left\{ -\frac{\partial \phi}{\partial r} + \nu (1-\nu) r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right\}, \quad u_\theta = \frac{1+\nu}{E} \left\{ -\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} + \nu (1-\nu) r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$\nu = 0.2$ に、 E, ν は覆工の弾性係数、ポアソン比、 ψ は変位関数である。

覆工内の応力、変位式中の未知係数 $A_n, B_n, \dots, A_n, B_n, \dots$ 等は覆工に与えられる境界条件によって決定される。いま、たとえ覆工の内内外に等分布内圧 p_0 および覆工外縁に均等の荷重が作用する場合、これらの未知係数は a_n, b_n, c_n, d_n および p_0 によって表わされる。

3. 境界条件

【条件Ⅰ】 境界($r=a$)において応力、変位が完全に連続している場合。

境界での応力 $p(r), \theta(r)$ は直交異方性体および円形覆工に対して同一の(2)式を用いて計算してあるから、(2)式の変位 u_r, u_θ と(4)式により計算した覆工外縁($r=a$)での変位 u_r, u_θ にそれぞれ等しいとおけば、この境界条件が満たされる。この場合、3内係数の係数比較により未知数 a_n, b_n, c_n および d_n をする無限連立一次方程式がとられる。しかしながら、このままでは解けないので以下に示す数値計算では $n=24$ 項まで取り、数値の境の u_{24} と d_{24} に、 c_{24} と b_{24} をそれぞれ等しいとおいて係数 a_n, b_n, c_n および d_n の値を求めた。

【条件Ⅱ】 境界($r=a$)において半径方向の応力、変位のみが連続している場合

この場合は【条件Ⅰ】でとられる無限連立一次方程式のうち接線方向の応力、変位に関連する係数 c_n, d_n の項をすべてゼロとおいておけばよい。数値計算では【条件Ⅰ】の場合と同様に $n=24$ 項までとって計算を行なった。

4. 数値計算例

円形覆工の内、外半径をそれぞれ $b=100\text{mm}, a=120\text{mm}$ 、弾性係数を $E=2.1 \times 10^5 \text{kg/mm}^2, \nu=0.200$ 、また直交異方性体の弾性係数を $E_1=6.0 \times 10^4 \text{kg/mm}^2, \nu_1=0.200$ 、 $\frac{1}{E_2} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_1} + \frac{2\nu_1}{E_1}$ と仮定し、 $\sigma = E_1 \epsilon_1$ ($E_1 \geq E_2$) と仮定して変化させた覆工の内内外の温度変化および応力 σ の分布を Fig. 2(a), (b) に示した。図の左半分は条件Ⅰ、右半分は条件Ⅱによる場合のものである。

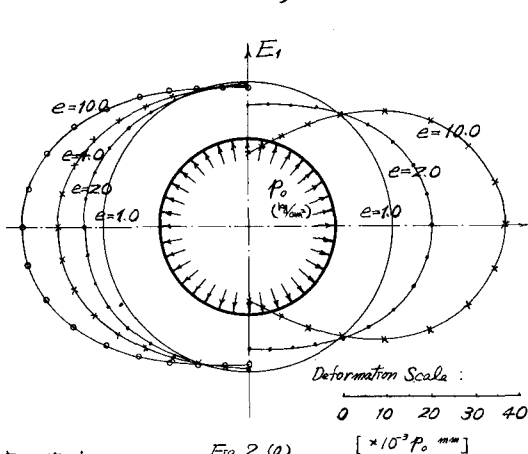


Fig. 2(a)

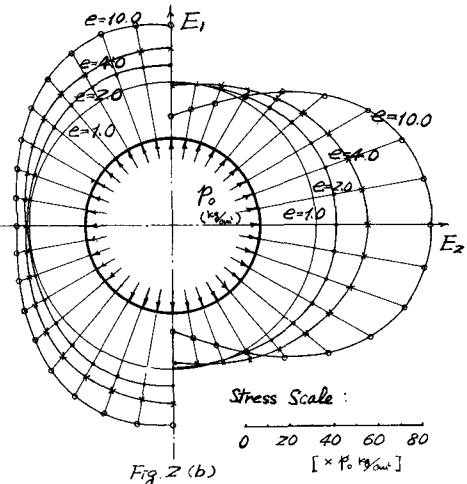


Fig. 2(b)

5. おわりに

以上、直交異方性弾性体内の円形各立覆工内に等分布内圧が作用した場合の例をとりあげたが、この他に直交異方性体内の内径上に等分布荷重または集中荷重が作用している場合（パイプヤブ管線に相当）の数値計算も行なっている。この上座の計算の結果の直交弾性係数算定のための利用法および計算点と併せて発表する。