

中部電力株式会社 正員 ○宮 口 友 延
総合技術研究所 正員 戸 田 五 郎

1. 予えがき

近年水力発電設備の開発に際して、特にその経済性の観点から、地下式または半地下式発電所の建設が各所で行われてさて。当社でも高根寺2発電所の建設にあたり、放水路およびトンネルの工事費削減を目的として開発方式を検討した結果、ダム直下流のダム軸より45mの位置に地表下30mの円筒構造を設け、その中に水車および発電機を設置する計画となつた。

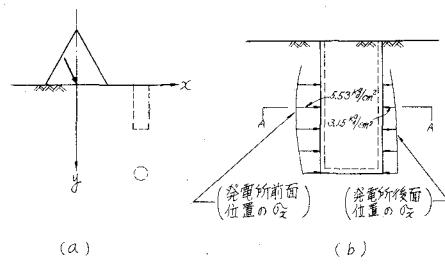
このようにダムに近接して建設される地下式円筒周壁は当然ダムからの伝達応力をうける。このよる円筒周壁の応力を解明するために、一様な荷重状態の二次元無限板の弹性理論解を求め、いくつかの弹性定数について応力を計算し、弹性定数の変動や発電所周壁と周辺岩盤の接着条件が応力分布に与える影響を検討して、さらにモデル化した荷重状態での光弾性実験および有限要素法による計算を行ひ、それらの結果について比較した。

2. 発電所位置のダムからの伝達応力

右図(a)に示すようにダム基盤を半無限体として、高根寺2発電所の場合についてダムからの伝達応力の水平成分を発電所位置で求めると、右図(b)のような分布となる。

発電所構造から考えて、円筒周壁の設計を行ふには、円筒の適当な水平断面前について応力解析を行えば十分であるから、右図(b)のA-A断面について検討した。

しかしこのよう三次元問題を二次元問題としてとりあつかうところに、発電所前面と後面で伝達応力が異ると云う困難な問題が生じるのであるが、まず一様応力状態の場合の理論解を導き、さうしてA-A断面の応力状態をモデル化して光弾性実験および有限要素法による応力解析を行つた。



(図-1)

3. 弹性理論解とその計算結果

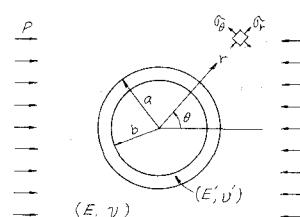
右図に示すように外径a、内径bのリング(弹性係数E', ポアソン比v')の孔をもつ無限板(弹性係数E, ポアソン比v)の無限遠に荷重Pが作用する場合を考える。

Airyの応力函数(ϕ)をリング内および無限板にたゞして、それを水

$r \geq a$ のとき

$$\phi = Ar^2 + B \log r + (Dr^2 + Gr^2 + F) \cos 2\theta \quad \dots \dots \dots (1)$$

$a \geq r \geq b$ のとき



(図-2)

$$\Phi = A'r^2 + B'\log r + (C'r^4 + D'r^2 + Gr^2 + F') \cos 2\theta \quad \cdots \cdots \cdots \cdots (2)$$

とおき、各応力および変位成分を求める。

$r \geq a$ のとき

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= 2A + Br^{-2} - (6Dr^{-4} + 2G + 4Fr^{-2}) \cos 2\theta \\ \sigma_\theta &= 2A - Br^{-2} + (6Dr^{-4} + 2G) \cos 2\theta \\ \tau_{r\theta} &= -(6Dr^{-4} - 2G + 2Fr^{-2}) \sin 2\theta \\ U_r &= \frac{1}{E} [2(1-v)Ar - (1+v)Br^{-1} + \{2(1+v)Dr^{-3} - 2(1+v)Gr + 4Fr^{-1}\} \cos 2\theta] \\ U_\theta &= \frac{1}{E} [2(1+v)Dr^{-3} + 2(1+v)Gr - 2(1-v)Fr^{-1}] \sin 2\theta \end{aligned} \right\} \cdots \cdots \cdots \cdots (3)$$

$a \geq r \geq b$ のとき

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_r &= 2A' + B'r^{-2} - (6D'r^{-4} + 2G' + 4F'r^{-2}) \cos 2\theta \\ \sigma'_\theta &= 2A' - B'r^{-2} + (12C'r^2 + 6D'r^{-4} + 2G') \cos 2\theta \\ \tau'_{r\theta} &= (6C'r^2 - 6D'r^{-4} + 2G' - F'r^{-2}) \sin 2\theta \\ U'_r &= \frac{1}{E'} [2(1-v')Ar - (1+v')Br^{-1} + \{-4v'C'r^3 + 2(1+v')D'r^{-3} - 2(1+v')Gr + 4F'r^{-1}\} \cos 2\theta] \\ U'_\theta &= \frac{1}{E'} [2(3+v')C'r^3 + 2(1+v')D'r^{-3} + 2(1+v')Gr - 2(1-v')Fr^{-1}] \sin 2\theta \end{aligned} \right\} \cdots \cdots \cdots \cdots (4)$$

となる。こひらの各成分に境界条件を代入し、定数 $A, B, \dots, A', B', \dots$ を決定すれば解が得られるのであるか、ここで次の場合について解を求めて。

境界条件 1；リングと無限板の境界面で剪断力が伝達される場合。

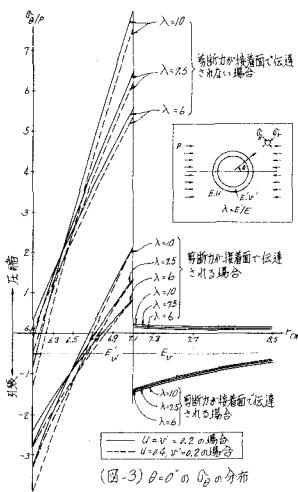
$$\left. \begin{aligned} r = \infty &\rightarrow \sigma_r = \frac{P}{2}(1 + \cos 2\theta), \sigma_\theta = \frac{P}{2}(1 - \cos 2\theta), \tau_{r\theta} = -\frac{P}{2} \sin 2\theta \\ r = a &\rightarrow \sigma_r = \sigma'_r, \tau_{r\theta} = \tau'_r, U_r = U'_r, U_\theta = U'_\theta \\ r = b &\rightarrow \sigma'_r = 0, \tau'_r = 0 \end{aligned} \right\} \cdots \cdots \cdots \cdots (5)$$

境界条件 2；リングと無限板の境界面で剪断力が伝達されない場合。

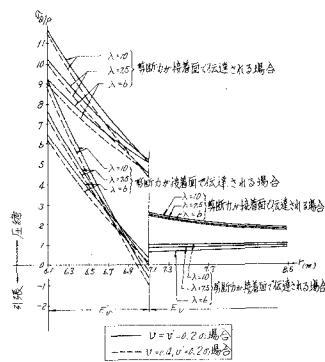
$$\left. \begin{aligned} r = \infty &\rightarrow \sigma_r = \frac{P}{2}(1 + \cos 2\theta), \sigma_\theta = \frac{P}{2}(1 - \cos 2\theta), \tau_{r\theta} = -\frac{P}{2} \sin 2\theta \\ r = a &\rightarrow \sigma_r = \sigma'_r, \tau_{r\theta} = 0, \tau'_r = 0, U_r = U'_r \\ r = b &\rightarrow \sigma'_r = 0, \tau'_r = 0 \end{aligned} \right\} \cdots \cdots \cdots \cdots (6)$$

以上の解により、いくつかの弹性定数の組合せについて、

$\theta = 0^\circ$ および $\theta = 90^\circ$ の σ_θ の分布を求める（図-3）、（図-4）のようになり、弹性定数をかなり大きく変化させてからシング内の応力分布はそれほど変化しないことがわかる。また境界面で剪断力が伝達されない場合は、伝達され場合に比べシング内の最大圧縮応力および最大引張応力がともに減少するので、前



(図-3) $\theta = 0^\circ$ の σ_θ の分布



(図-4) $\theta = 90^\circ$ の σ_θ の分布

者の場合より安全側であると言える。

剪断力が伝達される場合に、やと発電所前面の応力値 (5.53 kg/cm^2) とした場合の、周壁内面の時の計算結果は(図-8)に示す。

4. 光弹性実験による解析

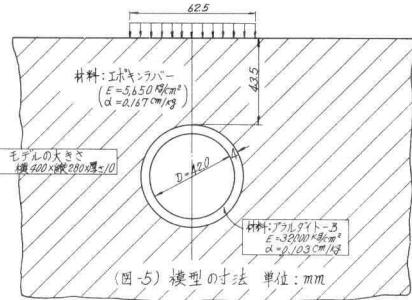
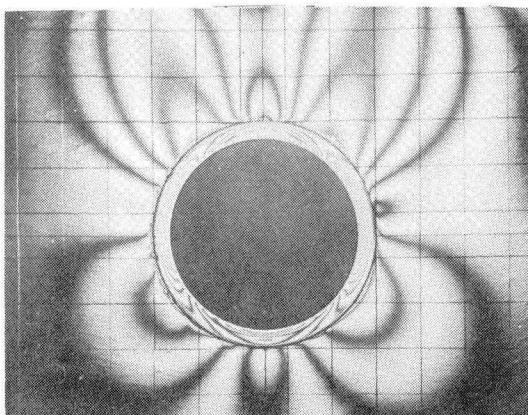
(図-1)の水平断面の応力状態をモデル化するためには、半無限板に等分布載荷を行った場合の対称軸上より軸方向応力の分布をもとめておき、対称軸上のある2点でその応力値の比が、(図-1)の発電所前面位置と後面位置の伝達応力の比($55.3 : 31.5$)にならうような2点を求め、その2点を通る円を岩盤と発電所周壁の接着円としたモデルを作り、等分布載荷により実験を行った。

ある中の等分布荷重に対するこのような接着円は当然無数に存在するのであるが、1)円の近傍では対称軸方向応力の横分布が一様であると考えられること、2)分布荷重位置からこの円が十分離れてること、3)モデルの寸法(持バングの厚さ)が実験可能な大きさであること、等により(図-5)の寸法のモデルとした。

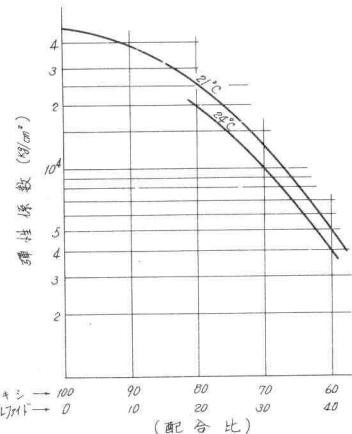
モデル材料は、無限板(岩盤)としてエポキシラバー(エポキシ・ポリサルファイト共重合体)を用い、リング(周壁コンクリート)として同じくエポキシ樹脂であるアラルダイト(B)を用い、両者を接着してモデルを作った。

エポキシラバーは反射皮膜法の皮膜料として通常用いられている材料であって、ポリサルファイトの附加量により広範囲に弾性係数が渡る特質をもつていて、ポリサルファイトの附加量と弾性係数の関係はテストの結果(図-6)のようになつた。モデルの弾性係数と光弹性感度は次表の値である。

	弾性係数	光弹性感度
エポキシラバー	$5,700 \text{ kg/cm}^2$	0.174 cm/kg
アラルダイト	$32,000$	0.103



(図-5) 模型の寸法 単位:mm



(図-6) エポキシラバーの弾性係数

このようにして製作したモデルは、アルルダイトとエポキシラバーで転移温度が大きく異なり、そのため、製作後焼鈍により初期縮をのぞくことができないのが難点であるが、ここでは若干の初期縮の残留のうえ実験を行い、荷重を大きくしてリング内に端次数を高め実験精度をカバーするようにした。モデルに等分布載荷を行い、得られた光弹性写真を前頁に示す。

この写真から端次数を読みとり、リング内面の応力(σ_b)と(図-1)の実荷重に換算して求めた結果を(図-8)に示す。

5. 有限要素法による解析

光弹性実験においては、半無限板に等分布載荷を行うことによって(図-1)の応力状態を2次元的に近似したのであるが、有限要素法解析においては、各要素に物体力を作用させてその応力状態の2次元的近似を行なうこととした。

(図-1)のように計算断面をモデル化して、この断面の各要素に $1.676 \text{ t}/\text{m}^2$ の物体力をダム側の方向に作用させ、発電所前面および後面の位置で(図-1)の応力状態をもとより、計算モデルに対する荷重を近似化したのである。

(図-3, 4)に示すようにクリン内に応力勾配はかなり大きので、クリン内の要素を小さくし、全体の要素数は744、節点数は412のモデルについて、IBM-360 (I-25) を用い double precision の演算を行った。参考までに計算時間は18分、演算精度は、剛性係数および変位と方程式の剰余のオーダーから推定して、変位の有効桁数が9桁、応力の有効桁数が7桁程度である。

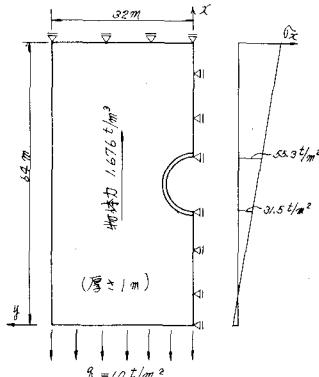
周壁内面の応力(σ_b)の計算結果は(図-8)のようになら。

6. おまけ

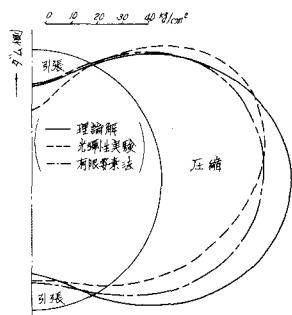
(図-8)について各々の解析結果を比較すると、ダム側の引張応力が光弹性実験でとくに大きくなっている。これは実験の分布荷重位置が周壁クリンに近づいたことによるもので、荷重の近似は無理があることを示す。一方理論解析結果の圧縮応力の値が全般に大きくなっているが、周壁前面の引張応力値を一様荷重値として計算しているのであるから当然の結果と言える。またこれらの結果の相対的関係からも、有限要素法による結果が最も実験に近くものであると考えられる。

このような有限要素法解析は、荷重近似に実験的手法をとり入れたものであるが、実際問題にそくして荷重状態などの他の物理的条件をモデル化したものを広範囲にかつ簡便にとりあつつかることとか、有限要素法の工学的にすぐれていた点であると言える。

以上の解析は高根寺2発電所の実施設計に対する一つの基礎資料として行なわれてその概要を報告させていただいた。



(図-7)



(図-8) 周壁内面上の応力分布(実応力値)