Ⅲ－106　　粘弾性地山のトンネル覆工について

神戸大　正○桜井春輔　神戸大学　井藤 忍

1. はしがき　トンネルの変形は一般に時間の関数と考えられ，その大きさは地山の力学的性質に左右される．したがって覆工に作用する応力も時間とともに変化する事になる．すなわち覆工の施工時期を適当に選ぶことによって覆工に作用する応力を減少させる事ができる．ここでは覆工応力が，その施工時期によって如何に変化するかを検討することを目的とする．尚，地山は等質等方性を示し，その初期応力は静水圧状態であると仮定して平面ひずみ状態における円形トンネルについて考察する．

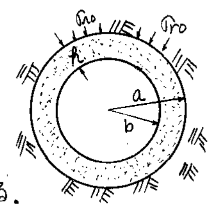
2. 計算方針　トンネル周辺には地山材料および初期応力によって種々の異なった力学的性質を示す領域が存在する．すなわちトンネルに接近して，ゆるみ領域や，そ性領域がある．ここでは筆者の提案する岩石に対する破壊条件[1]を用いて，静定問題としてこれらの領域における応力分布を計算する．またこれらの領域における変形はその外側の弾性領域によって拘束され任意に変形できず弾性領域の変形にしたがう．いまトンネル掘削によるこの領域の静水圧応力成分の変化をPとすれば，それに対応する体積ひずみは $\Delta V/V = P/K$ として求められるものとする．ここでKは定数である．この関係はコンクリートに対しては破壊の直前まで成立することが実験的に確かめられている[2]．次にトンネル掘削による半径方向変位uは $\Delta V/V = du/dr + u/r = P/K$ から計算出来，最大せん断ひずみは $\gamma = 1/2\,(\varepsilon_\theta - \varepsilon_r) = 1/2\,(u/r - du/dr)$ として求められトンネル内壁においてその値は最大となる．いま岩石の破壊時のひずみ状態は次の式によって表わされるものとする．すなわち $S = a + b\varepsilon$（a, bは定数）ここでSはせん断ひずみ強度 $\left(=\sqrt{\frac{1}{6}\left[(\varepsilon_r-\varepsilon_\theta)^2+(\varepsilon_\theta-\varepsilon_z)^2+(\varepsilon_z-\varepsilon_r)^2\right]}\right)$，εは平均垂直ひずみ $\left(=\frac{1}{3}(\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3)\right)$ である．これは畑野博士によって提案され[2] コンクリートに対して実験的に確かめられている．ここではこれが岩石に対しても成立すると仮定する．いまトンネル内壁の静水圧応力成分を P_i とすれば，それに対応する体積ひずみは $\Delta V/V = \varepsilon = P_i/K$ となり，したがって内壁での最大せん断ひずみγが $|\gamma| \leq |\gamma|_{max}$ となる時，トンネルの内壁に破壊が生ずることはない．これがトンネルの安定条件である．ここで $|\gamma|_{max}$ は $S \doteqdot 1.08\,|\gamma|_{max}$ の関係を考慮して $|\gamma|_{max} \cong \{a + b(P_i/K)\}/1.08$ として求められる値である．いまトンネル周辺に破壊の生じない場合には地山の粘弾性的性質によって変形は時間の関数となるが，そ性領域などにおいては，任意に変形できないために弾性領域の変形に従う．したがって弾性領域を粘弾性領域と考え，応力状態は時間に無関係であると仮定すれば，変形量は時間の関数として求められる．そしてトンネル内壁の最大せん断応力γが $|\gamma| \leq |\gamma|_{max}$ を常に満足すれば，トンネルは安定である．また時間の経過とともにγが大きくなり，ある時間で $|\gamma| = |\gamma|_{max}$ となる場合にはその時間前に覆工を施工すればよい．さて覆工をほどこすと覆工内部に作用する応力は時間とともに増大し，一方地山内部の最大主応力差 $\sigma_\theta - \sigma_r$ は減少する傾向にある．したがって，地山の全領域について弾性学により応力を計算する事ができる．以上述べた計算方針にしたがいトンネル周辺に異なった領域の存在する種々の場合について，覆工を施工する時間をも考慮し計算を進めている．ここでは一例として弾性領域のみが存在する最も簡単な場合について述べる．

3. 覆工に作用する応力　　いま地山の弾性領域においては，その力学的性質は Kelvin Model によって表わされるものと仮定する。ただし材料の体積変化と静水圧応力の関係は弾性的で時間には無関係とする。地山全体が弾性領域の場合には，地山内部に生ずる最大せん断ひずみは $\gamma = \frac{1}{2}(\varepsilon_\theta - \varepsilon_r) = (2P_0/G)(a/r)^2(1-e^{-t/\tau})$ として表わされる。ここで a はトンネル半径，P_0 は初期応力，G は Time-dependent なせん断弾性係数，τ は retardation time を表わす。ただし圧縮応力を正にとる。いまトンネル内壁（r=a）において $|\gamma| \le |\gamma|_{max}$ であればトンネルは安定である。もし $|\gamma| > |\gamma|_{max}$ であれば覆工をほどこさなければならない。

いま掘削が終了した時から Kelvin Model が働くと考え，掘削と同時に覆工する場合の覆工に作用する応力 σ_{r0} は，覆工と地山間の変位の連続条件から，次に示す積分方程式の解として求められる。すなわち

$$\sigma_{r0} - \lambda\int_0^t e^{-(t-t_i)/\tau}\cdot\sigma_{r0}\,dt_i = C\cdot(1-e^{-t/\tau})$$

ここで $\lambda = -a/AG\tau$, $C = aP_0/AG$, $A = \{(1+\nu_L)/E_L\}\{a^2/(a^2-b^2)\}\{b^2/a + (1-2\nu_L)a\}$, E_L, ν_L はそれぞれ覆工材料のヤング率とポアソン比を示す。これはボルテラ型第2種積分方程式で，その解は次の様になる。$\sigma_{r0} = \{C/(1-\tau\lambda)\}\{1-e^{-t(1/\tau-\lambda)}\}$　今，$t=\infty$ とすれば覆工に作用する最大応力は，$\sigma_{r0} = aP_0/(AG+a)$，この時，覆工内部に生ずる最大圧縮応力はトンネル内壁の接線方向の応力であり，その値 $\sigma_\theta|_{r=b} = 2\sigma_{r0}/\{2(h/a)-(h/a)^2\}$ となり，これが覆工材料の許容圧縮応力以内になるように h/a を定めなければならない。次にトンネル掘削後ある時間経過したのちに覆工を施工する場合には，先と同様に覆工と地山間の変位の連続条件から次の積分方程式を得る。



すなわち

$$\sigma_{r0} - \lambda\int_0^t e^{-(t-t_i)/\tau}\cdot\sigma_{r0}\,dt_i = C\{e^{-t_c/\tau} - e^{-(t+t_c)/\tau}\}$$

ここで t_c はトンネル掘削してから覆工を施工するまでの時間である。この方程式の解は

$$\sigma_{r0} = \{C e^{-t_c/\tau}/(1-\tau\lambda)\}\cdot\{1-e^{-t(1/\tau-\lambda)}\}$$

となる。今，$t=\infty$ とすれば覆工に作用する最大応力がもとまる。すなわち $\sigma_{r0} = \{aP_0/(AG+a)\}\cdot e^{-t_c/\tau}$ となる。この場合，覆工内部に生ずる最大応力は前述と同じ式によって求められる。

4. 覆工を施工する適切時間　　トンネル掘削後は安定であっても，ある時間経過後にトンネル内壁で $|\gamma| \ge |\gamma|_{max}$ となる場合には覆工の必要があり，したがって覆工の適切時間はトンネルの内壁において $|\gamma| = |\gamma|_{max}$ となるまでの時間 t_c として求められる。すなわち $|\gamma|_{max} = \frac{1}{G}(a/r)^2\left[P_0\{1-e^{-(t+t_c)/\tau}\} - \int_0^t (1-e^{-(t-t_i)/\tau})\frac{d\sigma_{r0}}{dt_i}\,dt_i\right]$ に先に求めた σ_{r0} を代入して $t_c/\tau = -\ln\{AG/a+1-|\gamma|_{max}\cdot(AG/a+1)G/P_0\}$ として求められる。

5. 例題　　いま地山の G と覆工材料のせん断弾性係数 G_L との比を $G/G_L = 1$ とし，覆工厚 $h = 0.1a$ とし，掘削後ただちに覆工をほどこす場合，それに作用する最大応力 $\sigma_{r0} = 0.22P_0$ となる。この時の覆工内部の最大応力は $\sigma_\theta = 2.3P_0$ となり，これが覆工材料の許容圧縮応力以下でなければならない。また，地山材料の許容最大せん断ひずみが $|\gamma|_{max} = 0.29G/P_0$ とすれば覆工適切時間は $t_c = 0.4\tau$ として求められる。

参考文献：(1)桜井，第2回岩の力学シンポジウム，1967. (2)畑野，土木学会論文集 143号 1967