Ⅲ－99

砂質土のすべり面の理論と矢板への応用

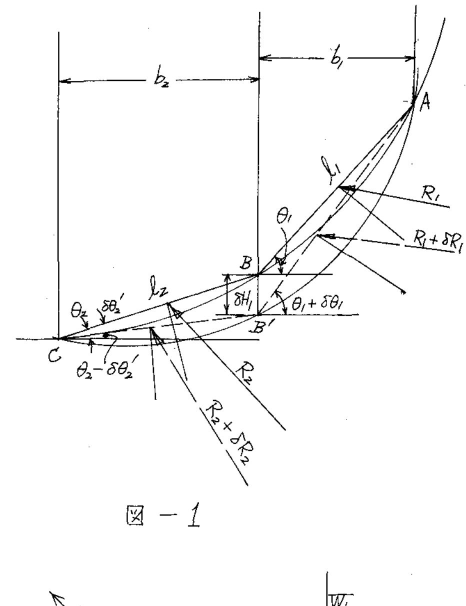
東京都立大学工学部　正会員　丸井信雄

1．はしがき

土の破壊については一般にMohrの破壊説が信じられているが，ここでもその破壊説を採ることとし，土のすべり面ではCoulombの法則 $\tau = \sigma \cdot \tan\phi + c$ （ただし本論では $c=0$ の場合とする）が成立するものとし，土を非圧縮性と見なすことによってすべり出す土塊は変形しない剛体のように考えると，すべり面は2次元的には円弧でなければならないとされる。以上のように，本論文では非粘着性，非圧縮性の土のすべり面に生ずる応力は土の単位重量，内部摩擦角とすべり面の形状だけにより決まり，地表面に加わる荷重などには無関係となることを誘導した。

2．基本式

いま，土の単位重量を γ，内部摩擦角を ϕ とし，すべり面の近傍におけるこれらの性質は一様であるとするとき，図－1のようにすべり面の一部を ABC，各部を図示のように表わすとき，ABC より上の部分が下の部分に対し $C \to A$ の方向にすべることを考える。A，B，C において土塊を鉛直に分割し，AB，BC を近似的に直線と考え，AB，BC に作用する反力をそれぞれ R_1，R_2，各細片における土の重量を含めた鉛直荷重をそれぞれ W_1，W_2 とすれば，この区間に作用する連力図を画くとともに，すべり面が微小量ずれて $AB'C$ を通る場合を考え連力図に併記すると図－2のようになる。図－2の R_2 の線と $R_2+\delta R_2$ の線との交点を求めそれを R_2 の値とすると，δH_1 を微小として，次の関係がえられる：

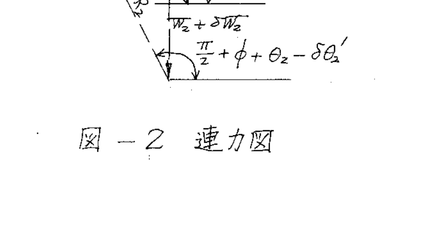


図－1

$$\frac{R_2}{l_2}\cos\theta_2 = \frac{R_1}{l_1}\cos\theta_1\cdot\cos(\theta_1-\theta_2) + \frac{\gamma}{2}(l_1\cos\theta_1 + l_2\cos\theta_2)\sin(\phi+\theta_2) + \frac{\delta R_1}{\delta H_1}\sin(\theta_1-\theta_2) \quad \cdots\cdots(1)$$

上式の $\frac{\delta R_1}{\delta H_1}$ については，R_2 に対する同様な変化割合を考えると，C点より δH_2 下方に C' を考え ABC' がすべり面となる場合を考慮すると，

$\delta H_2 = b_2 \frac{\delta\theta_2}{\cos^2\theta_2}$ なる関係を用いて(1)式を θ_2 で微分することによって，次の関係をうる



図－2　連力図

$$\frac{\delta R_2}{\delta H_2}=2\frac{R_2}{l_2}\sin\theta_2-\frac{R_1}{l_1}\cos\theta_1\cdot\sin(\theta_2-\theta_1)+\frac{\gamma}{2}(l_1\cos\theta_1+l_2\cos\theta_2)\cdot\cos(\phi+\theta_2)$$

$$-\frac{\delta R_1}{\delta H_1}\cdot\cos(\theta_2-\theta_1) \qquad \cdots\cdots(2)$$

A, B, Cの3点を通る円の半径をρとし，BおよびC点をA点に近づけると，(2)式の極限として $\delta R_2/\delta H_2 \longrightarrow \delta R_1/\delta H_1$ から $\delta R_1/\delta H_1=R_1/l_1\cdot\sin\theta_1$ ……(3) が得られる。これを(1)式に代入して，$l_1, l_2 \rightarrow 0$ とすれば，$\theta_1, \theta_2 \rightarrow \theta$ となり，次式が得られる：

$$\frac{d\tau}{dl}=\gamma\cdot\sin(\phi+\theta) \qquad \cdots\cdots(4)$$

ここに，τはすべり面単位長さ当りの応力で面の法線とϕなる角をなす，lはAからB, Cの方向に測ったすべり面の長さ，θはA点におけるすべり面の水平面となす角である。

次に，すべりの方向が前とは逆に$\overrightarrow{ABC}$の方向に起る場合は，上述の(4)式のϕの符号を変えればよく，次の関係が得られる；

$$\frac{d\tau}{dl}=\gamma\cdot\sin(\theta-\phi) \qquad \cdots\cdots(5)$$

(4)，(5)を積分することによってすべり面に生ずる応力を求めることができる。

3. 矢板計算への応用

一様な土質の場合の図－3のような基本的な矢板の場合について，上述の結果の応用を試みる。

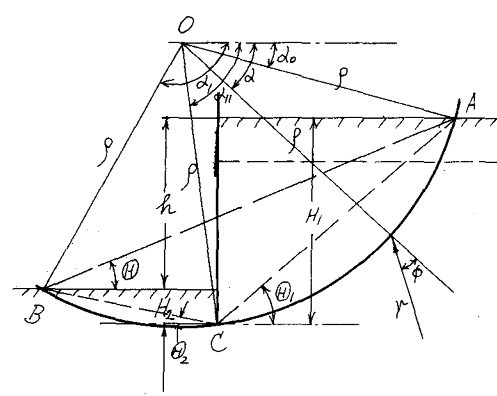
(i) 矢板全体がすべり出す場合

図－3のように円弧すべりですべる場合，AB面のP点の応力は(5)式に $\theta=\frac{\pi}{2}-\alpha$, $dl=\rho d\alpha$ の変換をすると

$$\frac{d\tau}{d\alpha}=\gamma\rho\cos(\phi+\alpha) \qquad \cdots\cdots(6)$$

A点に載荷重がない場合の境界条件として $\alpha=\alpha_0$，$\tau=0$ が採られるから，

$$\tau=\gamma\rho\left\{\sin(\phi+\alpha)-\sin(\phi+\alpha_0)\right\} \cdots(7)$$



図－3 矢板

また，すべり面の反力（合力）の水平成分R_H，および鉛直成分R_Vは

$$R_H=\int_{\alpha_0}^{\alpha_1}\rho\,\tau\cos(\phi+\alpha)\,d\alpha=\frac{\gamma\rho^2}{2}\left\{\sin(\phi+\alpha_1)-\sin(\phi+\alpha_0)\right\}^2 \qquad \cdots\cdots(8)$$

$$R_V = \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} \rho \gamma \sin(\phi+\alpha)\, d\alpha$$

$$= \frac{\gamma\rho^2}{2}\left[(\alpha_1-\alpha_0) - 2\sin\frac{\alpha_1-\alpha_0}{2}\left\{\cos(\phi+\alpha_1)\cdot\cos\left(\phi+\frac{\alpha_0+\alpha_1}{2}\right)+\sin(\phi+\alpha_0)\cdot\sin\left(\phi+\frac{\alpha_0+\alpha_1}{2}\right)\right\}\right] \quad \cdots(9)$$

A,B を結ぶ線が水平面となす角を Θ とすると，$(\alpha_0+\alpha_1)/2 = \pi/2 - \Theta$ であるから (8) 式から，

$$R_H = \frac{\gamma h^2}{2}\left[\frac{\sin(\Theta-\phi)}{\sin\Theta}\right]^2 \quad \cdots\cdots(10)$$

となり，すべりの終点Bにも載荷重がない場合には $R_H = 0$ であることがつり合いから考えられるから，

$$\Theta = \phi \quad \cdots\cdots(11)$$

なることが必要となる。すべりが起る限界では土塊に作用する力はつり合いの状態にあると考えるべきであるから，鉛直反力 R_V は土塊の重量に等しく，また0点まわりのモーメントもつり合っていなければならない。すべり面の反力の0点まわりのモーメント M_r は一般に，反時計まわりに測って，

$$M_r = \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} \gamma\rho^2 \sin\phi\, d\alpha = \gamma\rho^3\sin\phi\left\{\cos(\phi+\alpha_0) - \cos(\phi+\alpha_1) - (\alpha_1-\alpha_0)\cdot\sin(\phi+\alpha_0)\right\} \quad \cdots(12)$$

であり，特に $\Theta=\phi$ の場合には，

$$M_r = 2\gamma\rho^3\sin\phi\left[\sin\frac{\alpha_1-\alpha_0}{2} - \frac{\alpha_1-\alpha_0}{2}\cos\frac{\alpha_1-\alpha_0}{2}\right] \quad \cdots\cdots(13)$$

(ii) 裏込めの土圧

矢板に摩擦がない場合を考えると，裏込め部分の仮想すべり面の反力の鉛直成分 R_{V1} は土の重量 W_1 とつり合う必要があり，$\frac{\alpha_0+\alpha_{11}}{2} = \Theta_1$ とおいて，

$$R_{V1} = \frac{\gamma\rho^2}{2}\left\{(\alpha_{11}-\alpha_0) - \sin(\alpha_{11}-\alpha_0)\right\} + \frac{\gamma\rho^2}{2}\sin 2(\Theta_1-\phi)\cdot\sin^2\frac{\alpha_{11}-\alpha_0}{2} \quad \cdots\cdots(14)$$

$$W_1 = \frac{\gamma\rho^2}{2}\left\{(\alpha_{11}-\alpha_0) - \sin(\alpha_{11}-\alpha_0)\right\} + \frac{\gamma}{2}H_1^2\cos\Theta_1 \quad \cdots\cdots(15)$$

であるから，$R_{V1} = W_1$ から

$$2\Theta_1 = \alpha_0+\alpha_{11} = \frac{\pi}{2}-\phi \qquad \therefore \Theta_1 = \frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2} \quad \cdots\cdots(16)$$

この関係をすべり面の反力の水平成分 R_{H1} に用いるとそれが矢板への裏込めの土圧 P_1 となり，それは(10)式の関係から次のようになる：

$$P_1 = \frac{\gamma H_1^2}{2}\left[\frac{\sin(\Theta_1-\phi)}{\sin\Theta_1}\right]^2 = \frac{\gamma H_1^2}{2}\cdot\tan^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}\right) \quad \cdots\cdots(17)$$

この(17)式の関係は Coulomb および Rankine の主働土圧公式と一致し，すべり面の半径には無関係であることがわかる。ただし，その作用線はすべり面の半径によって変わり，矢板の下端Cから上方 η_1 にあり，次式で表わされる：

$$\eta_1 = \frac{H_1}{3(1-\sin\phi)}\left[1-2\sin\phi-\frac{3\sin\phi}{\sin\Theta_1\cdot\sin\frac{\alpha_1-\alpha_0}{2}}\left\{\cos\Theta_1\cdot\cos\frac{\alpha_1-\alpha_0}{2} - \frac{\sin\frac{\alpha_1-\alpha_0}{2}-\frac{\alpha_1-\alpha_0}{2}\cdot\cos\frac{\alpha_1-\alpha_0}{2}}{\sin^2\frac{\alpha_1-\alpha_0}{2}}\sin\Theta_1-\frac{\frac{\alpha_1-\alpha_0}{2}}{\sin\frac{\alpha_1-\alpha_0}{2}}\cos\Theta_1\right\}\right] \quad \cdots\cdots(18)$$

(iii) 根固めの土圧

矢板の前面の根固め部分は受働土圧となり，やはり摩擦がないとする場合には，B,Cを結ぶ線の水平面となす角Θ_2は(16)式のϕの符号を変えたもの，すなわち

$$\Theta_2 = \frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2} \quad \cdots\cdots(19)$$

となり，(17)式から反力P_2は水平で

$$P_2 = \frac{\gamma H_2^2}{2}\cdot\tan^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}\right) \quad \cdots\cdots(20)$$

(iv) 控え工の引張力

上述の諸力を求めてから控え工の引張力Tは

$$T = P_1 - P_2 \quad \cdots\cdots(21)$$

として算出される。

矢板の安定は上述の方法によって仮想すべり面の反力を求め，それが鉛直荷重およびモーメントがすべり面の反力の方が大きな抵抗を示す場合が安定であることになる。この場合，すべり面の両端に荷重が無いならば中間にある集中荷重の場合はこの方法がそのまま適用される。

4. あとがき

以上，砂質土に対し非常に特殊な条件を仮定してすべり面の応力とその土圧計算に対する応用の一端を試みたものであるが，さらに地表面に分布荷重がある場合や，粘着力や間げき水圧が存在する場合について検討を加える必要があろうが，これらについては著者の微力のゆえに未解決である。

この研究は昭和42年度文部省科学研究費補助（各個研究）によるものの一部分であることを付記して，謝意を表する。