

地下水揚水の数値解法について

京都大学工学部 正員 松尾新一郎
同 上 正員 ○河野伊一郎

1. まえがき 微分方程式を用いて地下水揚水量の算定を行なうためには、透水層厚さや透水係数が一定であるという条件が必要である。しかし地下水開発のための調査など広域地下水の水位変動を考える場合には、初期、境界条件の不規則な分布あるいは地下水かん養状態の地域差を考慮しなければならない。これらに満足な解を得る一法として差分式による数値解法がある。本文では、地下水の揚水量の算定、地下水位変動の計算を行なうため対象地下水域を正方形格子に区分し、その格子節点の任意の1節点で地下水揚水の条件を与えることにする。その揚水地の中心点として定めた格子節点はどれだけの面積を代表するの、すなわち揚水量の算定あるいは一定揚水量の境界条件の設定を行なうべきかという問題について検討している。

2. 地下水位変動の基礎方程式 平面的な地下水流を考えるときその基本式は式(1)となる。

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{k_a}{\beta} \left(H \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + H \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial y} \right) + \frac{\Delta P}{\beta} \quad \text{----- (1)}$$

ここに、 f : 地下水位、 k_a : A基点の透水係数、 β : 有効空けき率、 H : 準深(透水層厚さと考えよう)、 ΔP : 水位変動による地下水かん養量の増分、 t : 時間、 (x, y) : 平面座標である。

式(1)を差分表示にすると式(2)となる。

$$f_m^n(t+\Delta t) = f_m^n(t) + \frac{k_a \Delta t}{\beta (\Delta l)^2} \left\{ H_m^n (f_m^{n+1} + f_m^{n-1} + f_{m+1}^n + f_{m-1}^n - 4f_m^n) + \frac{1}{4} (H_m^{n+1} - H_m^{n-1}) (f_m^{n+1} - f_m^{n-1}) \right. \\ \left. + \frac{1}{4} (H_{m+1}^n - H_{m-1}^n) (f_{m+1}^n - f_{m-1}^n) \right\} + \frac{\Delta P}{\beta} \quad \text{----- (2)}$$

ただし、 $\Delta x = \Delta y = \Delta l$ (正方形格子区分) また添字についてはたとえば、 f_m^n : 図-1の (m, n) 格子節点における地下水位である。

3. 定常地下水流の数値計算 定常地下水流の場合は式(1)の左辺 $\partial f / \partial t = 0$ となる。また、 $H = \text{一定}$ 、 $\Delta P = 0$ のモデルを考えると、式(2)は式(3)のような簡単な形で表わされる。

$$f_m^n = (f_m^{n+1} + f_m^{n-1} + f_{m+1}^n + f_{m-1}^n) / 4 \quad \text{----- (3)}$$

いま、影響圏Rの円領域の中心で地下水の揚水を行なった場合を考える。図-1 正方形格子区分1例として図-2に示すように円領域を164個の正方形格子に区分し(対 Δl : 格子一辺の長さ) 称であるから円領域の4分の1を図示している)、中心の節点の水位 $f_c = 1.0$ 、影響圏Rの上での水位 $f_R = 0$ の条件で、式(3)を用い Gauss-Seidel 法によって計算した結果は同図の各節点に付する数値(地下水位)である。これらの値をもとに、中心よりの距離 r と水位変化量 Δf の関係を図示したものが図-3である。すなわち、 $R = 7\Delta l$ とすれば、 $r = \Delta l$ では $\Delta f = 0.56$ となり $r = 2\Delta l$ で $\Delta f = 0.36$ である。以下同様である。



