

大林組技術研究所 正員 斎藤二郎

○内藤和章

西林清茂

鈴木公雄

1 まえがき

土のような多孔媒質中の流体の流れは、層流の範囲では、Navier-Stokesの方程式で表される。砂層中の定常滲透流については、慣性項および水の圧縮性は無視できるので、速度ポテンシャルに関するLaplaceの方程式が得られる。また、粘土層の圧密のような場合には、圧縮性と時間のファクターが大きく、飽和粘土の場合には、Terzaghiの過剰間隙水圧に関する圧密方程式で表される。このような地下水の流れを解く方法には、理論式の数学的解法、フローネットスケッチ法、リラクゼーション法、模型実験法、電子計算機による方法、電気的アナログ法等があるが、本研究は、極めて簡便な電気的アナログ法について考察したものである。

電気的アナログ法は、地下水の流れが、導電性媒質中の電気の流れの理論と同様であることに立脚しており、この方法は、1. 非均質、異方性地盤の場合でも容易に解析できる、2. 境界条件等の幾何学的形状が複雑でも何ら支障がない、3. 測定方法が極めて簡便である、4. 費用と時間が極めて少くてすむ、5. 設計等に用いるには十分の精度が得られる、等の利点を有している。

電気的アナログ法の手段としては、1.電解タンク、2.レジスタンスネットワーク、3.コンダクティブペーパーを用いる方法等があるが、ここでは、電解タンクを用いた場合と、コンダクティブペーパー(Union Telegram社製 Teledeltos Paperを使用)を用いた場合の解法例について述べる。

2 電気的アナログ法の原理

電気的アナログ法は、地下水の流れを電気の流れに置き換えて測定するものである。ここでは、定常滲透流の場合と、圧密の場合に分けて、その原理を概説する。

(2-1) 定常滲透流の場合

地下水のポテンシャルを ϕ とし、Navier-Stokesの方程式の慣性項、水の圧縮性を無視すると、次のようなLaplaceの方程式が得られる。

$$\nabla^2 \phi = 0, \quad \text{ただし } \phi = z + \frac{P_w}{w} \quad \text{ここで } z : \text{位置水頭}, \frac{P_w}{w} : \text{圧力水頭} \quad (1)$$

ここで、異方性地盤の場合には、次のような座標変換を行うことにより(1)式と同じ形になる。

$$x = K_x \cdot x', \quad y = K_y \cdot y', \quad z = K_z \cdot z' \quad \text{ただし } K \text{ は透水係数} \quad (2)$$

次に導電性媒質中の電気の流れについては、電圧を E とすると、

$$\nabla^2 E = 0 \quad (3)$$

となり、(1)式と(3)式は、 ϕ と E を対応させると相似である。異方性の場合には、(2)式の透水係数 K を電気伝導度 κ に代えて同様の変換を行えば(3)式と同じ形になる。

レジスタンスネットワークを用いるような場合には、(1), (3)式をTaylor展開して差分方程式になおす(電気の場合はKirchhoffの法則になる)とわかりやすい。

(2-2) 圧密過程の場合

Terzaghi の圧密理論によると、過剰間ゲキ水圧を U とすると

$$\frac{\partial U}{\partial t} = C_v \nabla^2 U, \text{ただし } C_v \text{ は圧密係数} \quad (4)$$

ここで異方性地盤の場合には、次のような変換を行えば(4)式と同じ形になる。

$$X = \sqrt{\frac{C_{vX}}{C_v}} X', \quad Y = \sqrt{\frac{C_{vY}}{C_v}} Y', \quad Z = \sqrt{\frac{C_{vZ}}{C_v}} Z'$$

(4)式を Taylor 展開して差分方程式になおす。(図-1)に示すごときネットワークを考え、時刻 t における過剰間ゲキ水圧を $U_{i,t}$ ($i = 0 \dots 6$) とすると(4)式右辺は

$$(U_{0,t} + \dots + U_{6,t} - 6U_{3,t}) \frac{C_v}{a^*}$$

となり、(4)式左辺は

$$(U_{0,t} - U_{3,t} - \delta t) / \delta t$$

$$\therefore U_{0,t} + \dots + U_{6,t} - 6U_{3,t} = \frac{a^*}{C_v \cdot \delta t} (U_{0,t} - U_{3,t} - \delta t) \quad (6)$$

ここに、 a^* はノード間隔、 δt は時間間隔である。

次に、レジスタンスネットワークを(図-2)のごとく組み、ノード 0 に抵抗 R_θ を通して電圧 $E_{0,t-\delta t}$ を与えるようにする。ノード 0 および 1 ~ 6 の電圧は時刻 t において $E_{0,t}$, $E_{1,t}$..., $E_{6,t}$ であるとすると、Kirchhoff の法則から、ノード間抵抗を R とすると

$$E_{1,t} + \dots + E_{6,t} - 6E_{3,t} = \frac{R}{R_\theta} (E_{0,t} - E_{3,t} - \delta t) \quad (7)$$

(6)式と(7)式を比較すると

$$\frac{a^*}{C_v \cdot \delta t} = \frac{R}{R_\theta} \quad \therefore R_\theta = \frac{C_v \cdot R}{a^*} \delta t \quad (8)$$

とすると、 U と E を対応させることにより、相似になることがわかる。すなわち、時刻 $t - \delta t$ における過剰間ゲキ水圧 $U_{0,t-\delta t}$ に對応する電圧 $E_{0,t-\delta t}$ を端子 P に与えれば、時刻 t のときの過剰間ゲキ水圧 $U_{0,t}$ に對応する電圧 $E_{0,t}$ がネットワークのノードに現れることになる。

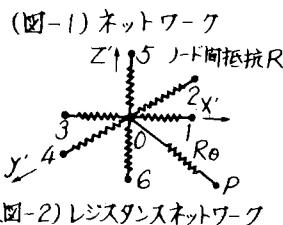
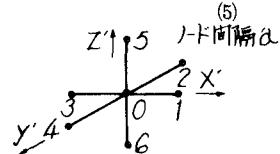
最も簡単な場合は、均質等方性地盤の一次元圧密であり、この場合の差分方程式は、次のようになる。

$$U_{1,t} + U_{2,t} - 2U_{3,t} = \frac{a^*}{C_v \cdot \delta t} (U_{0,t} - U_{3,t} - \delta t) \quad (9)$$

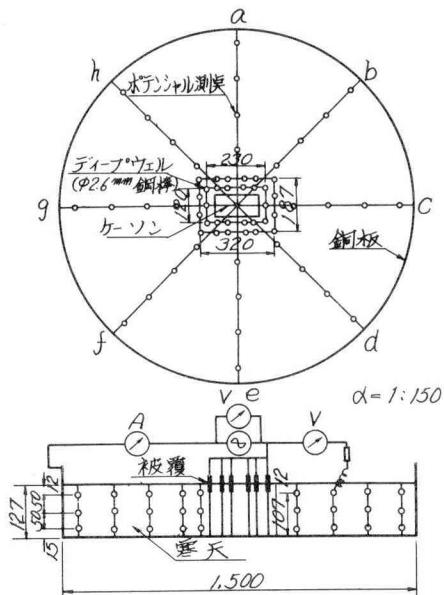
3. 大阪府安治川大水門下部ケーソン工事におけるディープウェル地下水低下工法の検討

本ケーソン工事は(図-3)に示すごとく極めて大規模なものであり、第2砂しき層の 4 kg/cm^2 に及ぶ地下水の処理が問題となつた。ケーソン函内気圧を最大 2.9% に抑えるには、水圧を約 1% 以上低下させる必要があり、これをディープウェルにより行うこととなつた。このディープウェルの所要本数、ストレーナー長、揚水量、ケーソン下における水圧の低下状況を推定するために、電気的アナログ法を利用した。

この問題は三次元問題ゆえ、電解タンクを使用した。実験装置の概要を(図-4)および(写真-1)に



示す。導電体として、食塩濃度0.5%の寒天（濃度3%）を使用した。ディープウェルには銅線を使用し、ストレーナー部以外は絶縁被覆した。ポテンシヤル測定点には5mm×5mmの銅板を埋設し、ボルトメーターで測定した。実験は二段階に分け（実験-I）は縮尺を1/300にして影響半径のチェック、（実験-II）を行うための1つの等ポテンシヤル線および全揚水量を求めるために行った。（実験-II）は、ケーソン下部の水圧の低下状況を詳細に調べるために縮尺を1/150にしてポテンシヤルを詳細に測定した。揚水量は測定した電流から、



(図-4) 実験装置概要図

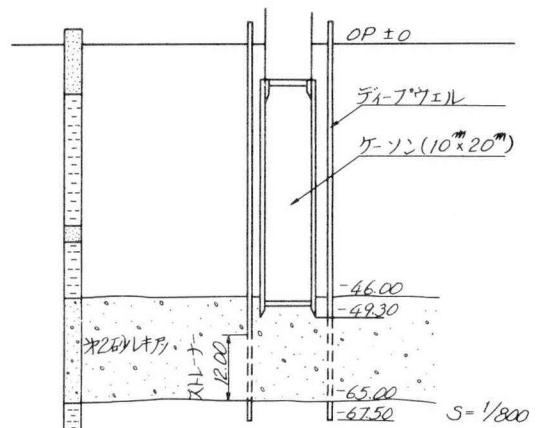
係数、 α は電気伝導度、 I は電流、 E は電圧、 ϕ はポテンシヤルである。

実験は、ディープウェル本数、直径、ストレーナー長を種々変化させて行つた。

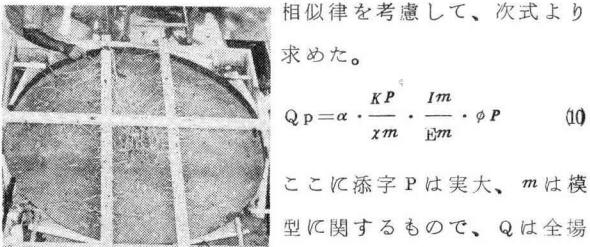
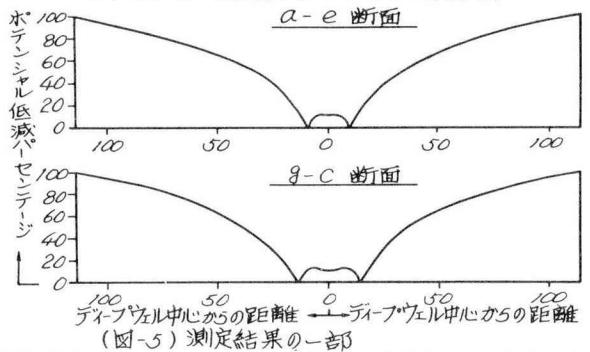
ディープウェル本数14本、直径400mm、ストレーナー長16mの場合の測定結果を(図-5)に示す。

実験によると、ストレーナー長を12mにしても、16mの場合とほとんど変わらなかつた。従つて、実施したディープウェルは、本数14本、径400mm、ストレーナー長12mとした。

ディープウェル設置後、ケーソン中央部に観測井を設けて揚水試験を実施した。これによると、実際の揚水量は、電気的アナログ法より推定したものの約3.1倍であつたが、透水係数が、実際には約3.5倍であつたので、透水係数が正しく測定できていたなら、正しい解を与えていたことになる。ケーソン下部の水圧低下については、実際の場合と電気的アナログ法より推定したものは極めて良く一致していた。



(図-3) ケーソンおよびディープウェル概要図



(写真-1) 実験装置概要 水量、 α は縮尺比、 k は透水

相似律を考慮して、次式より求めた。

$$Q_p = \alpha \cdot \frac{kP}{xm} \cdot \frac{Im}{Em} \cdot \phi P \quad (10)$$

ここに添字Pは実大、mは模型に関するもので、Qは全場

4. 粘土層の圧密

(2-2)で述べた方法により、粘土層の圧密過程を解析することができる。ここでは、最も簡単な例として、層厚 5.00 m、圧密係数 $C_v = 1 \times 10^{-2} \text{ cm/sec} = 36 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{hr}$ 、両面排水の一次元圧密の解析を待つた。模型縮尺を 1/25 とし、導電紙として、Teledeltos Paper を使用し、4 cm ピッチ正方形配置でノードを設置した。〔(写真-2) 参照〕 (8)式より

$$\frac{R_\theta}{R} = \frac{3.6 \times 10^{-3} \times \delta t}{1.00^2} = 3.6 \times 10^{-3} \cdot \delta t$$

δt は初期においては

6.5 日、終期で 20 日と

し、これを応じて抵抗

R_θ を作製した。 R_θ

は小さい Teledeltos

Paper を R_θ/R が前式に

なるようにハサミで切

つて作製した。〔(写真

-3) 参照〕 ポテンショ

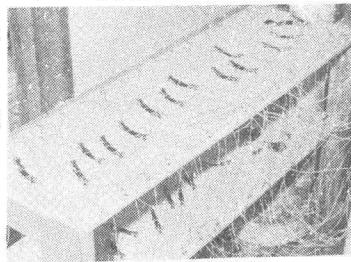
ヤルの測定は、(図-6)

(写真-4) に示すと

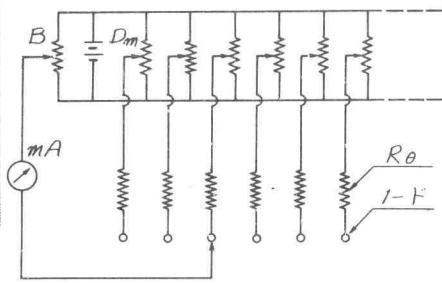
きポテンショメーター

を使用した。これは、

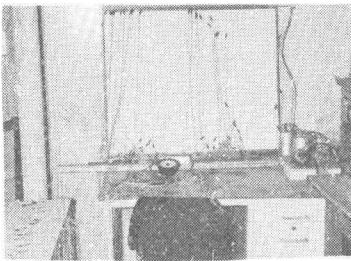
ホイツトストンプリッ



(写真-2) 測定装置



(図-6) ポテンショメーター



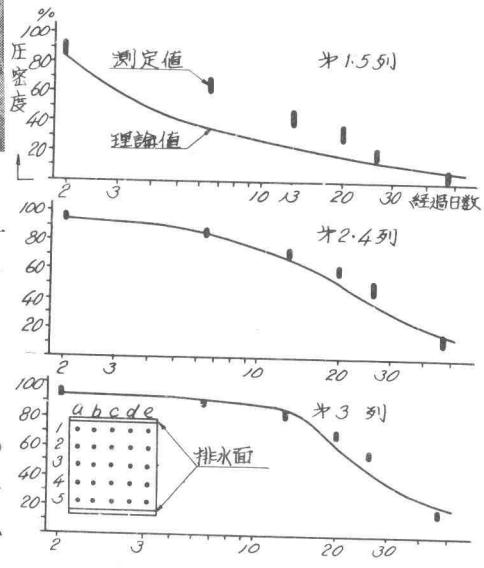
(写真-3) 抵抗 R_θ

(写真-4) ポテンショメーター

シが主体であり、この装置を二組用いることにより、一方は R_θ を通じてノードにポテンショヤルを与える、他方でノードのポテンショヤルを測定し、これは、次にスイッチを切替ることにより、次の δt 時間後の測定のためのポテンショヤルをノードに与えることができる。

以上のようにして測定した結果を(図-7)に示す。このように簡単な圧密過程の理論解は得られており、これを(図-7)に併記して測定結果と比較すると、境界に近い部分ではかなり誤差があり、その他の部分では極めてよく一致している。

これは、抵抗 R が境界付近では、その他の部分と異っているためで、この付近ではノードピッチを小さくして、それに応ずる R_θ を用いることにより精度を上げることができる。



(図-7) 測定結果

5. 結　　び

以上述べたごとく、電気的アナログ法は極めて簡便で、実用上十分の精度が得られることがわかつた。以後、この方法の応用範囲を拡げ、一層の簡便化を計る予定である。