

広島大学工学部 正員 網干 寿夫
九州地方建設局 〇正員 堂々 功

1 まえがき

軟弱地盤の基礎破壊におけるスベリ線の形状を理論的に論じた文献は少ないようである。当研究室においては、基礎の破壊機構の理論的解析を目標として、2次元問題に因する模型実験を行ってきた。その結果、極限支持力そのものは $\phi=0$ 法による値に比較的近い値となるが、その形状は円弧と云うよりは対数ラセンに近いことがわかった。

今回は「この矛盾が何に起因しているのか?」「それをうまく説明することはできないか?」という点に因して実験を行い、新しくスベリ面角を定義し、Kötterの方程式を変形してみた。以下、その結果を報告する。

2. 主応力面とスベリ面との交角について

基礎のセリ断破壊を考える場合、セリ断抵抗角としては、各連セリ断試験により求められた ϕ を用いるのが普通であろう。然るに、軟弱粘土における ϕ は0に近いから、スベリ面は主応力面と大体 ϕ の角度をなす筈である。

本項では、この交角を知るために行った2次元三軸圧縮試験結果について述べる。この試験は通常の三軸試験装置を平面変形条件の下で三軸圧縮試験が行える様に改めた装置を用いて行った。その結果及び一例を表-1、写真-1に示す。ところが実験結果よりみると、スベリ面と主応力面との交角は ϕ とはっておらず、 ϕ の存在を示唆している。一方、この粘土における ϕ は図-1より大体0とみなしうるから、前記中は ϕ とは全く別の力学量であると考えねばならない。以後この中を ϕ_s と表わし、スベリ面角と定義する。

さて、ここに定義した ϕ_s は現実実験の範囲内においては側圧、載荷速度、排水条件等には比較的影響されないようであるが、粘土の種類、応力履歴等により異なるのかについては不明である。しかし、基礎の破壊を論じるに当たっては ϕ と ϕ_s とは別個に考慮する必要がある。然るに、従来の考え方はこれを考慮していなかったから、極限支持力とスベリ面形状との間の矛盾が生じたとせざるを得ないかと考えられる。よって、ここに ϕ と ϕ_s とを別個に考慮した新しい基本式の誘導が必要となった。

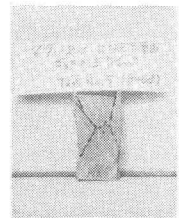
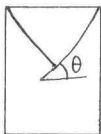


写真-1

表-1

Test No.	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1	2	3	備考
載荷速度 $\frac{mm}{min}$	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	1.0	0.5	0.5	0.5	0.1	0.1	0.1	 $\theta = \frac{\pi}{4} + \phi_s/2$
側圧 kg/cm^2	0.5	1.0	1.0	0.3	0.5	1.5	0.5	0.5→0.8	0.5	1.0	0.5	0.3	0.7	
θ°	60	66.5	60	60	60	59	60	60	61	57	60	60	60	
ϕ_s°	30	43	30	30	30	28	30	30	32	24	30	30	30	
備考	非排水										排水			

3. 基本式の誘導

基本式の誘導に際して、 ϕ_2 をいかに取り扱うかということが第一の問題であろう。筆者らは次の仮定のもとに式を導いた。

- (1) $\phi_2 = 0$, $\phi_3 = -\text{一定}$
- (2) 任意の主応力状態 ($\sigma_1 > \sigma_2$, $\sigma_1 - \sigma_2 = \delta_u$) において塑性状態にあるときの Mohr の応力円は常に σ 軸と ϕ_2 で交わる一本の接線を持つ (図-2)。
- (3) サークル-ジョーを考慮しない。

図-2 の記号を用いると明らかになるように、

$$\sigma_m = \sigma_2 + \frac{\delta_u}{2}, \quad \sigma_m \sin \phi_3 + c_s \cos \phi_3 = \frac{\delta_u}{2} \quad (3.1)$$

一方、降伏条件式は

$$\sigma_x = \sigma_m - \frac{\delta_u}{2} \sin(2\theta - \phi_3), \quad \sigma_y = \sigma_m + \frac{\delta_u}{2} \sin(2\theta - \phi_3), \quad \tau_{xy} = \frac{\delta_u}{2} \cos(2\theta - \phi_3) \quad (3.2)$$

(3.2) 式を釣合い方程式に代入すると

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = \frac{\partial \sigma_m}{\partial x} - \delta_u \cos(2\theta - \phi_3) \frac{\partial \theta}{\partial x} - \delta_u \sin(2\theta - \phi_3) \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 \quad (3.3a)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = \frac{\partial \sigma_m}{\partial y} + \delta_u \cos(2\theta - \phi_3) \frac{\partial \theta}{\partial y} - \delta_u \sin(2\theta - \phi_3) \frac{\partial \theta}{\partial x} = \gamma \quad (3.3b)$$

ここで、 $\frac{\partial \sigma_m}{\partial x} = \frac{\partial \sigma_y}{\partial x}$, $\frac{\partial \sigma_m}{\partial y} = \frac{\partial \sigma_x}{\partial y}$ とおき、方向微分の関係式

$$\frac{\partial}{\partial x} = [\cos(\theta - \phi_3) \frac{\partial}{\partial s_1} - \sin \theta \frac{\partial}{\partial s_2}] / \cos \phi_3, \quad \frac{\partial}{\partial y} = [\sin(\theta - \phi_3) \frac{\partial}{\partial s_1} + \cos \theta \frac{\partial}{\partial s_2}] / \cos \phi_3 \quad (3.4)$$

を用いて (3.3) 式を改めると

$$[\cos(\theta - \phi_3) \frac{\partial \sigma_y}{\partial s_1} - \delta_u \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial s_1}] - [\sin \theta \frac{\partial \sigma_x}{\partial s_2} + \delta_u \sin(\theta - \phi_3) \frac{\partial \theta}{\partial s_2}] = 0 \quad (3.5a)$$

$$[\sin(\theta - \phi_3) \frac{\partial \sigma_y}{\partial s_1} - \delta_u \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial s_1}] + [\cos \theta \frac{\partial \sigma_x}{\partial s_2} + \delta_u \cos(\theta - \phi_3) \frac{\partial \theta}{\partial s_2}] = \gamma \cos \phi_3 \quad (3.5b)$$

と得る。(3.5) 式をまとめると

$$\cos \phi_3 \frac{\partial \sigma_y}{\partial s_1} - \delta_u \frac{\partial \theta}{\partial s_1} + \delta_u \sin \phi_3 \frac{\partial \theta}{\partial s_2} = \gamma \cos \phi_3 \sin \theta \quad (3.6a)$$

$$\cos \phi_3 \frac{\partial \sigma_x}{\partial s_2} + \delta_u \frac{\partial \theta}{\partial s_2} - \delta_u \sin \phi_3 \frac{\partial \theta}{\partial s_1} = \gamma \cos \phi_3 \cos(\theta - \phi_3) \quad (3.6b)$$

をうる。ここで微分公式 $d\theta = \frac{\partial \theta}{\partial s_1} ds_1 + \frac{\partial \theta}{\partial s_2} ds_2$ を用いて (3.6) 式を整理すると

$$\cos \phi_3 \frac{\partial \sigma_y}{\partial s_1} - \delta_u (1 + \frac{ds_1}{ds_2} \sin \phi_3) \frac{\partial \theta}{\partial s_1} = \gamma \cos \phi_3 \sin \theta - \delta_u \sin \phi_3 \frac{d\theta}{ds_2} \quad (3.7a)$$

$$\cos \phi_3 \frac{\partial \sigma_x}{\partial s_2} + \delta_u (1 + \frac{ds_2}{ds_1} \sin \phi_3) \frac{\partial \theta}{\partial s_2} = \gamma \cos \phi_3 \cos(\theta - \phi_3) + \delta_u \sin \phi_3 \frac{d\theta}{ds_1} \quad (3.7b)$$

と得る。(3.7) 式が新しく導かれた基本式である。

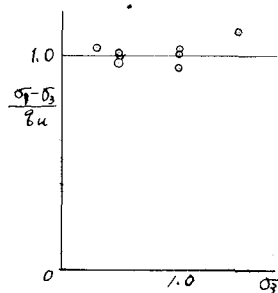


図-1

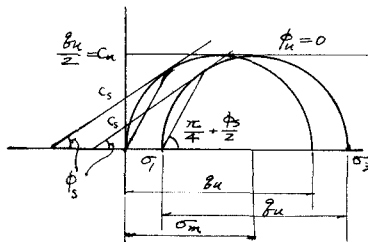


図-2

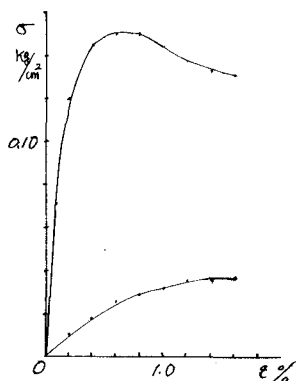


図-3 一軸圧縮試験結果

4. 差分数値解法

(3.7) 式は $\gamma=0$ としても数値計算以外に解とうることはむづかしい。そこで、本項では $\gamma=0$ の場合における差分解法を説明する。

(1) Riemann の正則域に関する問題

図-4(a) の記号を用いると、(3.7) 式の差分化方程式は

$$\cos \phi_3 (\sigma_{3c} - \sigma_{3b}) - \rho_u \left(1 + \frac{\Delta S_1'}{\Delta S_2'} \sin \phi_3\right) (\theta_c - \theta_b) = -\rho_u \sin \phi_3 \frac{\Delta S_1'}{\Delta S_2'} d\theta \quad (4.1a)$$

$$\cos \phi_3 (\sigma_{3c} - \sigma_{3d}) + \rho_u \left(1 + \frac{\Delta S_2'}{\Delta S_1'} \sin \phi_3\right) (\theta_c - \theta_d) = \rho_u \sin \phi_3 \frac{\Delta S_2'}{\Delta S_1'} d\theta \quad (4.1b)$$

ここに、 $d\theta = \theta_d - \theta_b$ とし、幾何学的関係より

$$\Delta S_1' = \Delta S_1 \left[1 + \frac{\tan \phi_3}{2} (\theta_a + \theta_b - \theta_c - \theta_d) + \frac{\Delta S_2}{2 \cos \phi_3} (\theta_c + \theta_d - \theta_a - \theta_b)\right] \quad (4.2a)$$

$$\Delta S_2' = \Delta S_2 \left[1 + \frac{\tan \phi_3}{2} (\theta_a + \theta_b - \theta_c - \theta_d) + \frac{\Delta S_1}{2 \cos \phi_3} (\theta_c + \theta_d - \theta_a - \theta_b)\right] \quad (4.2b)$$

とする。

(2) Cauchy の特異域に関する問題

図-4(b) は過渡域における特異点周りのスベリ線である。この特異点周りで σ は S_1 スベリ線の方角により異なる。今、 S_1 スベリ線上における釣合を考えると、

$$\cos \phi_3 (\sigma_{3oa} - \sigma_{3ob}) + \rho_u \left(1 + \frac{\Delta S_1'}{\Delta S_2'} \sin \phi_3\right) (\theta_{oa} - \theta_{ob}) = \rho_u \sin \phi_3 \frac{\Delta S_1'}{\Delta S_2'} d\theta, \quad d\theta = \theta_b - \theta_{oa}$$

であるから $\Delta S_1', \Delta S_2' \rightarrow 0$ とすれば $d\theta \rightarrow \theta_{ob} - \theta_{oa}$ となるから

$$\sigma_{3oa} = \sigma_{3ob} + \frac{\rho_u}{\cos \phi_3} (\theta_{ob} - \theta_{oa}) = \sigma_{3ob} + \frac{\rho_u \lambda}{\cos \phi_3}, \quad \lambda = \theta_{ob} - \theta_{oa} \quad (4.3)$$

とする。一方、差分化方程式は

$$\cos \phi_3 (\sigma_{3oa} - \sigma_{3a}) - \rho_u \left(1 + \frac{\Delta S_1'}{\Delta S_2'} \sin \phi_3\right) (\theta_{oa} - \theta_a) = -\rho_u \sin \phi_3 \frac{\Delta S_1'}{\Delta S_2'} d\theta \quad (4.4a)$$

$$\cos \phi_3 (\sigma_{3b} - \sigma_{3a}) + \rho_u \left(1 + \frac{\Delta S_2'}{\Delta S_1'} \sin \phi_3\right) (\theta_b - \theta_a) = \rho_u \sin \phi_3 \frac{\Delta S_2'}{\Delta S_1'} d\theta \quad (4.4b)$$

ここに、 $d\theta = \theta_{ob} - \theta_{oa}$ とし、正弦定理より次式とする。

$$\frac{\Delta S_1'}{\sin \alpha_a} = \frac{\Delta S_1'}{\sin \alpha_b} = \frac{\Delta S_2'}{\sin \lambda}, \quad \alpha_a = \frac{\pi}{2} - \phi_3 - \lambda, \quad \alpha_b = \frac{\pi}{2} - \phi_3, \quad \lambda = \theta_{ob} - \theta_{oa} \quad (4.5)$$

(3) 地表面に接するスベリ線網の組立て (複号同順)

図-4(c) における ab を地表面とすると、これはスベリ線ではなく主応力面となるから、 $\theta_a = \theta_b = \frac{\pi}{4} \pm \frac{\phi}{2}$ である。そして、差分化方程式は

$$\cos \phi_3 (\sigma_{3b} - \sigma_{3c}) - \rho_u \left(1 + \frac{\Delta S_1'}{\Delta S_2'} \sin \phi_3\right) (\theta_b - \theta_c) = -\rho_u \sin \phi_3 \frac{\Delta S_1'}{\Delta S_2'} d\theta, \quad d\theta = 2(\theta_a - \theta_c) = 2(\theta_b - \theta_c) \quad (4.6a)$$

$$\cos \phi_3 (\sigma_{3a} - \sigma_{3c}) + \rho_u \left(1 + \frac{\Delta S_2'}{\Delta S_1'} \sin \phi_3\right) (\theta_a - \theta_c) = \rho_u \sin \phi_3 \frac{\Delta S_2'}{\Delta S_1'} d\theta \quad (4.6b)$$

となり、正弦定理より次式とする。

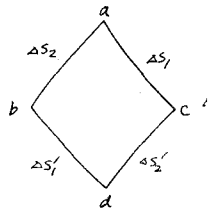
$$\frac{\Delta S_1'}{\sin \alpha_a} = \frac{\Delta S_2'}{\sin \alpha_b} = \frac{\rho l}{\sin \alpha_c}, \quad \alpha_a = \frac{\pi}{2} \pm \phi_3 - \frac{\theta_b + \theta_c}{2}, \quad \alpha_b = \frac{\theta_b + \theta_c}{2}, \quad \alpha_c = \frac{\pi}{2} \mp \phi_3 \quad (4.7)$$

上記の各式を用いて逐次計算を行い、各点の σ を求めてゆけばスベリ線網の組立てができる。一方基礎の極限支持力は主働域における地表面に接するスベリ線の組立てにより求められる σ から、

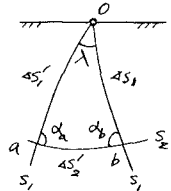
$\rho_a = \sigma_3 + \rho_u$ として計算することができる。

5 数値計算結果と考察

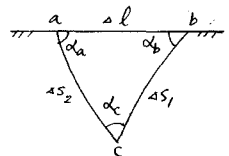
$\gamma=0$, $\phi_0=0$ の場合について数値計算結果を図-5 ($\phi_3=30^\circ$ について) に示す。計算は $\phi_3=0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ について行った。表-2 には数値計算より求められた N_c の値を記す。この結果、模型実験で観察されたス



(a)



(b)



(c)

図-4

ベリ面形状と比較的よく合うと思われるものは $\phi_s=30^\circ$ のものであるが、計算値 (6.91) は実験値 (5.92) より幾分大きい。それに対する一つの理由としては、計算に用いた応力歪関係と実際のそれとの間における矛盾によるということが考えられる。

さて、軟弱粘土の極限支持力は従来 $\phi_u=0$ の場合について、表-3の値が提案されている。これと計算値 (表-2) を比較してみると、前記歪関係の矛盾を考慮すれば工学的には大差はないものと思う。

表-2

ϕ_s°	N_c
0	5.14
10	5.63
20	6.25
30	6.91

表-3

提案者	N_c
Meyerhof Prandtl	5.14
Fellenius	5.53
Terzaghi	5.71
Tschebotanoff	6.28

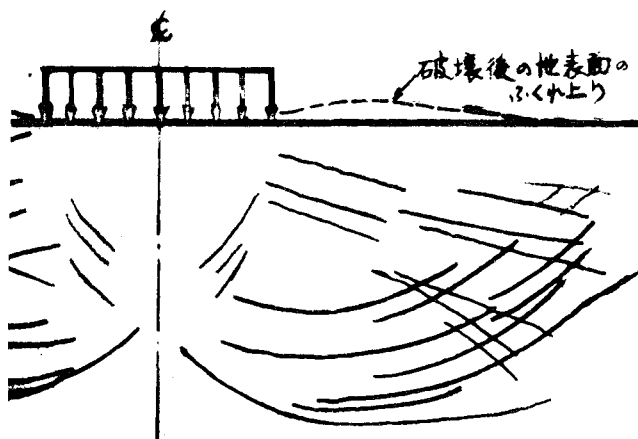
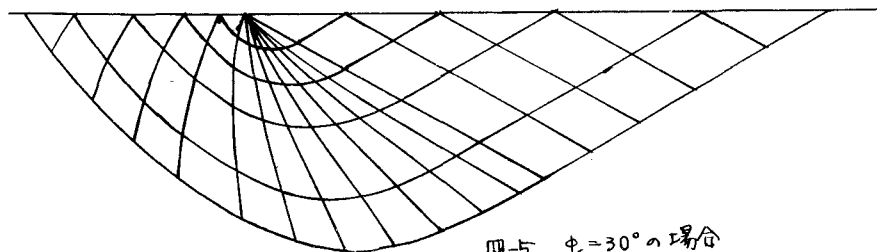


写真-2 ニ次元模型による軟弱地盤中のスベリ線



6. 結論

本実験及び考察の範囲内において、次のようなことが云える。

- (1) $\phi_u=0$ の粘土におけるせん断断面は必ずしも主応力面と平行で交わるとは限らない。
- (2) スベリ面の方角はせん断抵抗角とは別の力学量により支配される可能性があり、その量をスベリ面角と定義し、 ϕ_s で表わす。
- (3) ϕ_u と ϕ_s とを別個に考慮した新釣合い式が導かれた (今回は $\phi_u=0$ を仮定)。
- (4) 新釣合い式により計算された支持力係数 N_c は、 $\phi_s=0^\circ \sim 30^\circ$ の範囲内においては従来の値と工学的には大差はないと思われる。

参考文献

細千, 岡西: 軟弱地盤の支持力に関する模型実験 土木学会第22回年次学術講演概要 (昭42.5)