

塑性論による圧縮せん断現象の一解釈

東京工業大学工学部 正員 山口 柏樹

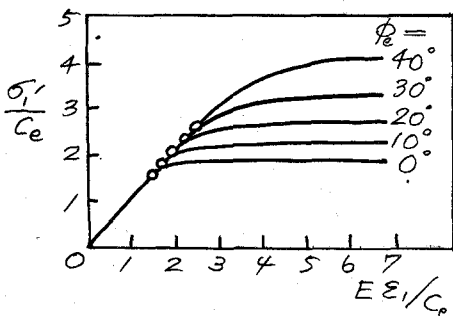
土のせん断強度の議論の多くはピーク強度に關するものであつて、ピークに到るまでの挙動たとえば応力とヒズミ關係についての特性（剛性率、破壊時のヒズミ、強度の値、もしくはそれらの間の關係など）についての考察は比較的少ないように思われる。

勿論土の応力ヒズミ關係を初めから規定する定量的法則などはないが、実験で認められているせん断変形や強度の特徵を何々に説明する理論的または半理論的研究として注目される二三の研究を挙げると、星¹⁾はその塑性論で提案した破壊に至る前の応力ヒズミ關係式、Roscoe²⁾による三軸非排水と排水試験の軸ヒズミを関連させることの成功、村山³⁾が確率的考察によつて砂のせん断剛性率が平均主応力に比例すると結論したことなどが考えられる。これらの研究によつて複雑な土の性質が完全に明らかにされたとはいへないが、少なくとも多くの実験結果を一步進んた形で定量的に比較したり解釈を行うものとして有効な貢献を與えたものというべきであらう。本文は数理塑性論の立場からせん断時の応力変形特性の一端を論ずるものである。

材料の応力ヒズミ關係は弾性域では簡明であつて一般化せるHooke法則によつて完全に記述されるが、土に対しその適用性は限定されたものであり、勿論塑性を含む変形過程において土の場合十分確立された法則はない。一方金属材料の場合弾・塑性変形がPrandtl-Reußの提示した關係式により最も合理的に表わされる。したがつて摩擦とDilatancy特性をもつ土のような粒状体に対しReuß式の拡張を行うことの意義が認められるのであるが、その結果は

$$f = \frac{3 + \sin^2 \phi_0}{3} \{ (\sigma_1' - \sigma_2')^2 + (\sigma_2' - \sigma_3')^2 + (\sigma_3' - \sigma_1')^2 \} - \left(C_e \cos \phi_e + \frac{\sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_3'}{3} \sin \phi_e \right)^2 = 0 \quad (1)$$

$$d\epsilon_x = \left\{ d\sigma_x' - \nu (d\sigma_y' + d\sigma_z') \right\} \left(\frac{1}{E} \right) + \frac{\partial f}{\partial \sigma_x'} d\lambda \quad \text{など} \quad (2)$$

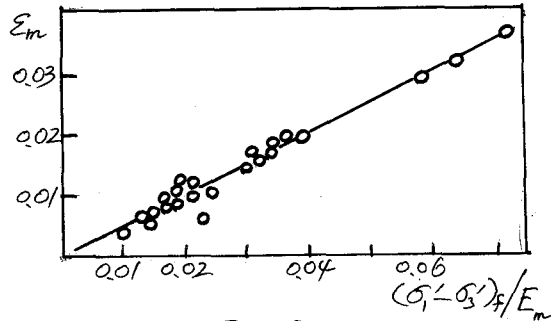


(図-1)

であつた。⁴⁾ ここで f は Mises の意味での塑性ポテンシャル、 E, ν は圧縮弾性率・弾性ポアソン比、 C_e, ϕ_e は有効粘着力、有効摩擦角であり、 $d\lambda$ は変なりむるスカラー関数である。二側面がそれぞれ自由、平面ヒズミ拘束された圧縮問題について解析した結果を(図-1)に示す。本図で $E_1 \rightarrow \infty$ なら $\sigma_1' \rightarrow 2C_e(1 + \sin \phi_e) / \cos \phi_e$ (一軸張度)となる。

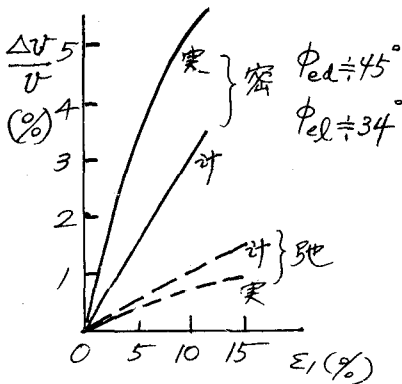
この図から弾性域を離れ降伏する点(ヒズミ値が ε_y)で $E\varepsilon_y/c_e = 1.5 \sim 2.5$ となり ϕ_c の値が余り影響しない。一般に密度の高い土では粘着力よりも剛性率が増大する傾向がいちじるしく ϕ_c の大きい密な土での降伏ヒズミは弛い土に比べて小さく脆性的な性質が目立つと思われる。また粘土で $E/C \div 100 \sim 300$ 位とみられるので $C = C_e$ とすると $\varepsilon_y = 0.005 \sim 0.025$ である。

Casagrande らがしの図の粘土でやつた三軸圧縮で破壊強度の $1/2$ に対応する E_m , E_m と $(\sigma'_1 - \sigma'_3)_f$ をプロットしたものが(図-2)である。
 $E_m = 0.005 \sim 0.035$ での値とほぼ一致する。また $(\sigma'_1 - \sigma'_3)_f$ は C_e に近似的に比例するとみられるので、この図から $E\varepsilon_y/c_e$ がほぼ一定であることが理解される。



(図-2)

土の塑性論の一つの成功はせん断中の体積膨脹を結論する点にあるが、理論と実験との一致性は余りよくない。この理由は試験中体積変化が局所的に起るのを防ぎえぬためとされてるが Shockley らの実測によると平均体積ヒズミはスベリの発達せる円筒供試体中央部のそれに比べ $1/7$ (弛い) から $1/3$ (密) に過るが前述の予想が確かめられている。



(図-3)

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{(3 - \sin \phi_c) \sin \phi_c}{2 - \sin \phi_c + \sin^2 \phi_c} \varepsilon_1 \quad (3)$$

が砂に対する評価式で、 $\Delta V/V$ は体積変化、 ε_1 は軸ヒズミである。実測した体積変化と(3)による予測値に Shockley の補正をやつたものとを(図-3)に比較して示した。本例は理論の検証というよりも普通のせん断試験材で求めた体積変化の値に過度な重みをあてていないことを主張するものとして受け取られたい。

- 1) Yoshino, K (1957) Proc. 4th ICSM, J. 106
- 2) Koscoe, K.H. 他 (1963) Géotechnique, Vol. 13
- 3) 村山 邦郎 (1966) 土木学会第21回年次学術講演概要 53-1
- 4) 山口 柏樹 (1961) 土木学会論文集 No. 62
- 5) Casagrande, A. 他 (1960) Harvard Soil Mech. Series No. 61, 65, 70
- 6) Shockley 他 (1960) Proc. Res. Conf. Shear Strength of Cohesive Soils, P.341
- 7) Taylor, D.W. (1948) Fundamentals of Soil Mechanics, P.335