

粘土内応力波の反射および透過特性

京都大学工学部 正員○赤井浩一
運輸省港湾局 正員徳田峯夫
京都大学大学院 学生員木内勉

1. 概説

一般的に地盤上の構造物または地中構造物の耐震設計において二つのアプローチが考えられる。一つは振動理論を利用して地盤および構造物の応答解析を行う立場であり、他の一つは運動論にとづくものである。前者の方法は対象を全体的なマスとしてとり扱い、振動時のマスの応答挙動を調べるのに対し、後者は媒質内の任意点で生ずる現象を解析するのに適している。

この研究では地盤によって惹起される地盤の挙動を把握し、そこに生じている現象を知るために波動伝播の理論を用いる解析法をとった。つまり地盤というものをさわめて短かい期間作用するパルス的擾乱と考え、このよう衝撃を受けるときの土中の応力波伝播特性を調べようとするものである。

二種の物質の境界面では一般に応力波の反射と透過の現象が生ずる。粘土供試体柱に対する衝撃実験において反力端に種々の振動インピーダンスをもつ物質をおき、入射波と反射波の相互特性を調べた。また粘土地盤から砂地盤へ衝撃波が透過するときの特性を模型実験的に調べ、これらを理論と比較した。

2. 弾性波の反射と透過

縦波と横波の弾性波について、一般にこれらのうちどちらかの波が不連続面に到達すると、図-1のように縦波と横波の2種類の反射波と屈折波を生じる。いま縦波が境界層へ垂直に入射する場合を考えると、この場合には無効としての反射波と透過波が発生するだけであって、横波は発生しない。

図-2のようにA層(ρ_a, c_a, E_a)とB層(ρ_b, c_b, E_b)との境界面を考え、入射波の応力を σ_1 、反射波のを σ_2 、透過波のを σ_3 とすると、A層・B層のみのおのにについて

$$\left. \begin{array}{l} \text{運動の方程式} \quad \rho dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx \\ \text{応力-ひずみ式} \quad \sigma = E \frac{\partial u}{\partial x} \end{array} \right\} \quad (1)$$

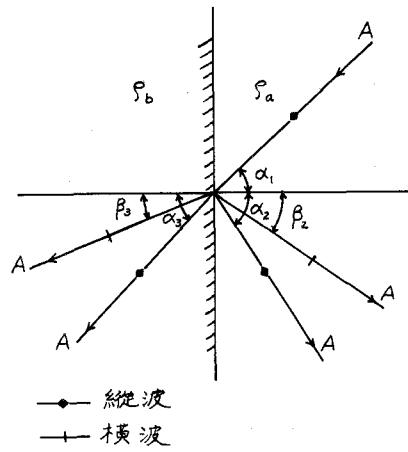


図-1

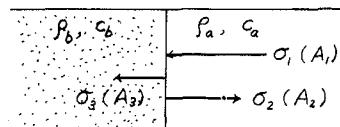


図-2

が成立する。ただし ρ : 密度, c : 波速, E : ヤング率, u : 变位である。したがって A層・B層の運動方程式はそれぞれ次のようになります。

$$\rho_a \frac{\partial^2 u_a}{\partial t^2} = E_a \frac{\partial^2 u_a}{\partial x^2} \quad (A\text{層}), \quad \rho_b \frac{\partial^2 u_b}{\partial t^2} = E_b \frac{\partial^2 u_b}{\partial x^2} \quad (B\text{層}) \quad (2)$$

式(2)を Fourier の方法で解くと、

$$\left. \begin{aligned} u_a &= F_1 \exp \left\{ i(pt \pm f_1 x) \right\} \\ u_b &= F_2 \exp \left\{ i(pt \pm f_2 x) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ただし $p = 2\pi/T$, $f = 2\pi/cT$ (T : 周期)

いま入射波による変位を $u_1 = A_1 \exp \{i(pt - f_1 x)\}$ とすると、境界面での反射波および透過波によるものはそれぞれ $u_2 = A_2 \exp \{i(pt + f_1 x)\}$, $u_3 = A_3 \exp \{i(pt - f_2 x)\}$ として表わされる。そこで境界条件として不連続面で変位と応力の連続条件を用いると、

$$\left. \begin{aligned} u_1 + u_2 &= u_3 \\ E_a \frac{\partial}{\partial x} (u_1 + u_2) &= E_b \frac{\partial u_3}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここでさきの u_1 , u_2 , u_3 をこの境界条件式に代入すれば、次の関係が得られる。

$$\left. \begin{aligned} A_2 &= \frac{1-\alpha}{1+\alpha} A_1 \\ A_3 &= \frac{2}{1+\alpha} A_1 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここで $\alpha = \rho_a c_a / \rho_b c_b$ は振動インピーダンス比である。

したがって

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= A_1 \exp \left\{ i(pt - f_1 x) \right\} \\ u_2 &= \frac{1-\alpha}{1+\alpha} A_1 \exp \left\{ i(pt + f_1 x) \right\} \\ u_3 &= \frac{2}{1+\alpha} A_1 \exp \left\{ i(pt - f_2 x) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

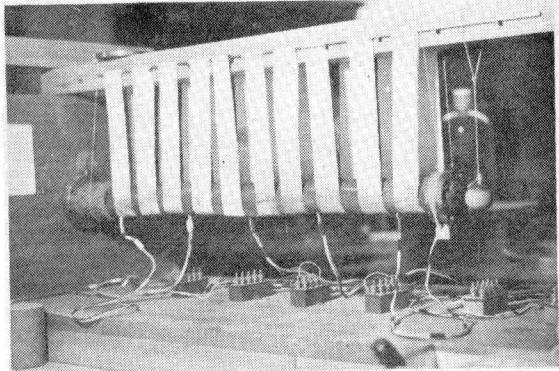


写真-1

これらは変位の関係式であり、重い物質 (ρ_c : 大) から柔らかい物質 (ρ_c : 小) へ波が伝搬するときには振幅が大きくなり、逆に柔らかい物質から重い物質へ伝搬するときには振幅が減少することがわかる。また α 2媒質の振動インピーダンスが α 1媒質のものより大きい ($\alpha < 1$) とき、反射波の変位は入射波の変位と同符号であり、一方伝搬方向は逆転するので振動の位相が π だけ変化する。これとは逆に $\alpha > 1$ のときは変位の符号は変わり、位相の変化はない。

次に応力に関するても上と全く同じ関係式が得られ、原波の応力を σ_1 、反射波のものを σ_2 、透過波のものを σ_3 とすると、式(5)より

$$\left. \begin{aligned} \sigma_2 &= \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \sigma_1 \\ \sigma_3 &= \frac{2}{1+\alpha} \sigma_1 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

3. 実験装置と方法

反射実験装置は写真-1 および図-3 に示すようで、供試体(S)は粉末粘土を水で満たし、大型土槽で圧密し、そこからサンプリングしたもので、径 6 cm、長さ約 60 cm である。供試体内の各点に小型圧力計(P)を埋め込み、布製リボンで台枠につり下げる。反力端(R)の材料としては、鋼・セメントモルタル・密々砂・ゆるい砂・柔らかい粘土・ラバーフォームの 6 種を用いた(表-1 参照)。枠からつり下げた重錘(W)を振り子式に落下させて供試体の一端を打撃し、発生したパルス応力を各点の圧力計で、また打撃端での力を加速度計(a)でピックアップし、増幅器(A)を通して電磁オシロ(E)に記録する。

透過実験の場合には粘土供試体の長さを上記の約 2/3 とし、残りの部分に 0.4 mm 径以下の細砂を練りこめて作った 2 媒質を粘土供試体と同径の円柱とするように塩化ビニル管とゴム膜を交互に用いて拘束し(図-4)，これを供試体に密着させた。そしてこの内部の 2 カ所に上記の小型圧力計(P)を埋め込み、透過波の応力をそれによってピックアップし、同様に記録させた(図-5 参照)。

4. 反射波の特性

反射波に関する実験では一般に図-6 のように反力端で入射波と反射波の重なり合った P_2 波が得られる。すなわち

$$P_2 = A_1 + A_2 \quad (8)$$

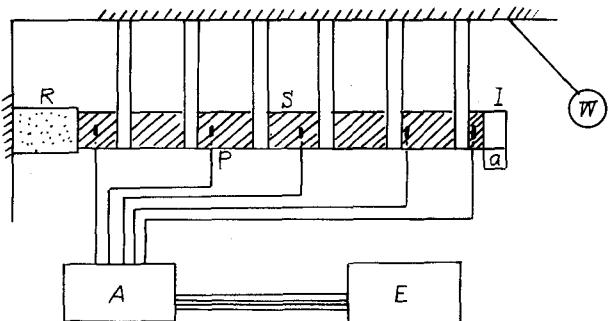


図-3

表-1

材 料	$\rho (g/cm^3)$	$c (cm/sec)$	$\rho c (g/cm^2 sec)$
粘 土 供 試 体	1.98	70×10^2	13.9×10^3
鋼	7.80	5260	4100
セメントモルタル	2.07	3230	670
密々砂	1.95	484	82.3
ゆるい砂	1.25	183	23.0
柔らかい粘土	1.65	10	1.7
ラバーフォーム	0.029	?	≈ 0

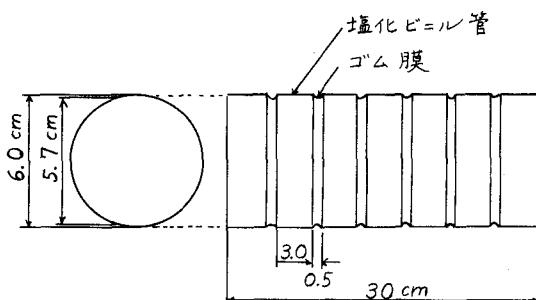


図-4

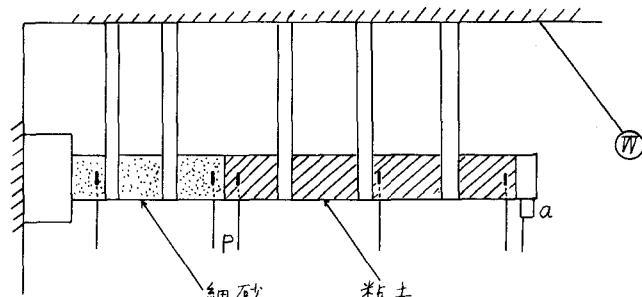


図-5

原波 A_1 は距離 $x_2 - x_1$ を通過していく。

とによる減衰を考えると、

$$A_1 = \frac{1}{x_2 - x_1} \frac{dx}{dt} \int_{t_1}^{t_2} p_1(t) dt \quad (9)$$

ここに $p_1(t)$ は入力端でのパルス圧力を $p(0, t)$ とすると、

$$p_1(t) = \frac{1}{x_1} \frac{dx}{dt} \int_0^{t_1} p(0, t) dt \quad (10)$$

で与えられる。

実験で測定された p_1 を式(9)に代入して反力端での圧力振幅 A_1 が求められ、この点で測定した p_2 を用いて $p_2/A_1 = (A_1 + A_2)/A_1$ を計算する。一方式(5)より

$$\frac{A_1 + A_2}{A_1} = \frac{2f_b c_b}{f_a c_a + f_b c_b} \quad (11)$$

が得られる。各反力端材料に対する $(A_1 + A_2)/A_1$ を式(11)により計算し、これと実験値とを比較した結果が図-7 に示されている。実験値のばらつきが大きいが、この図から材料の振動インピーダンスの大小による反射波の特性がほぼ理論的傾向と一致することがわかる。

5. 透過波の特性

透過波に関する実験において粘土供試体を伝搬する波の様子と第2次媒質へ通過した波の性質を示したもののが図-8である。さきの表-1から式(7)を用いて計算すると、理論値としては入射波の 0.178 倍が透過波となる。これに対して実測ではやや大きい値が観測されている。

本研究には昭和42年度文部省科学研究費(試験研究)の交付を受けた。

