

九大工学部 正 員 栗谷陽一

九大工学部大学院 学生員 〇田中修彦

1. 序 活性汚泥処理の曝気槽での散気は、気泡から処理水への酸素の供給と汚泥が沈殿しないための旋回流の誘起とを目的としている。気泡からの酸素移動量は気泡の上昇速度が小さい程（停留時間が大）大きく、旋回流速は気泡の上昇速度が大きい程大くなる。この相矛盾するものの間に最良の効率を与える関係を見いだすことは重要なことである。また、散気板の幅、設置深さも酸素供給と旋回流とに大きな影響を及ぼすことが定性的には知られているが解析的にはまだ十分把握されていないようである。これを説明するために気泡噴流の性質を明らかにすると共に気泡噴流と旋回流との相互作用を明らかにせねばならない。この研究では気泡の水流に対する相対速度と槽内の旋回流、散気板の幅とが噴流にどのように影響するかを調べようとするものである。

2. 噴流と旋回流の関係 旋回流は噴流から連続的なエネルギーの供給を受け旋回の途中で渦などによってエネルギーを損失しつつある一定の旋回流速を保っていると考えられる。この状態で運動量の損失が旋回流速の2乗に比例すると考えて運動量の保存則を適用すると次の関係が成り立つ。

$$CWU^2 = PBu^2 - PBuU \quad (1)$$

ここに u : 噴流の平均上昇流速 U : 旋回流の平均流速 B : 噴流の幅 W : 槽単位長さ当りの水量

ρ : 水の密度 C : 常数 である。(1)式を U について解き整理すれば次のようになる。

$$U = \frac{1}{2} \left[\left\{ \left(\frac{PB}{CW} \right)^2 + 4 \left(\frac{PB}{CW} \right) \right\}^{1/2} - \frac{PB}{CW} \right] \cdot u \quad (2)$$

上昇流速のエネルギー $E = \frac{1}{2} \rho u^3 B$ を(2)式に代入すれば $\frac{PB}{CW} = \alpha$ とおいて

$$U^3 = \frac{1}{4\alpha} (\sqrt{\alpha^2 + 4\alpha} - \alpha)^3 \frac{E}{CW} \quad (3)$$

となる。一定の噴流のエネルギー E が与えられれば(3)式より最大の旋回流速を与える α が求められ、噴流の幅 B が求められ $B = 0.56 CW / \rho$ となる。

一方散気効果に対しては気泡の大きさ及び散気板の深さを与えれば上昇流速 u が遅い程停留時間が長くなり、好ましい。この意味でも噴流の幅が重要であることが考えられる。これらのことをさらに精確に考察するには気泡噴流の基礎的な性質の理解が必要であると思われる。

3. 気泡噴流の性質

i) 気泡の相対上昇速度の影響 散気板の幅と、気泡の上昇による体積変化は無視でき、現象は2次元的であると考えられる。運動量の拡散にはテラーの仮定を用いプラントルの拡散係数に1/2をかけたものを用い、気泡の拡散係数と区別することにした。噴流中での運動量、空気量の保存則は

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{2} D \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \sigma g \quad \text{---- (4)} \quad (w+u) \frac{\partial \sigma}{\partial x} + v \frac{\partial \sigma}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial \sigma}{\partial y} \right) \quad \text{---- (5)}$$

散気板表面の中心軸に直角水平方向に y 軸、鉛直上方に x 軸をとる。ここに u は上昇流速、 v は横方向流速、 σ は気泡密度、 w は気泡と水流の相対速度、 D は拡散係数である。流速分布と気泡分布に相似性を仮定し独立変数を $\eta = y/x$ に変換し更に流れ関数 $\psi = x\phi(\eta)$ を導入すれば、

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{1}{x} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = \phi' \quad \text{---- (6)} \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\phi + \eta \phi' \quad \text{---- (7)}$$

となる。混合距離が x に比例するとして $D = C^2 x^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| = -C^2 x^2 \frac{\partial u}{\partial y} = -C^2 x \phi'' \quad \text{---- (8)}$

気泡密度は χ に比例して減少するとして $\sigma = \frac{1}{2} \tau (7)$ (9)

(6), (7), (8), (9)式を(4), (5)式に代入し, 式2式を積分し, 更に $\zeta = r/c^{2/3}$ とおけば

$$\phi \phi'' = \phi'' \phi''' - P, \quad \omega \zeta P + \phi P = \phi'' P'$$

ただし $P = c^{2/3} \tau g$, $\omega = c^{2/3} \omega$ である。さらに $\Phi = \phi/\omega$, $\Theta = P/\omega^2$ とおけば

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi'' \Phi''' - \Phi \Phi'' = \Theta \\ \Phi'' \Theta' - \Phi \Theta = \zeta \Theta \end{array} \right. \quad (10) \quad (11)$$

ここに $u = \phi' = \frac{d\phi}{dr} = \frac{1}{c^{2/3}} \frac{d\phi}{d\zeta} = \omega \Phi'$ $\therefore \Phi' = u/\omega$, $\sigma = \tau \chi = \omega^2 \Theta / c^{4/3} g \chi = \omega^2 \Theta / g \chi$, $\therefore \Theta = \frac{g \chi}{\omega^2} \sigma$

噴流中心での流速を u_0 として $\Phi_0 = u_0/\omega$ とおく。境界条件は 1). 噴流の中心 $r=0$ に対して、 $\Theta = \Theta_0$; $u = u_0$ すなわち $\Phi' = u_0/\omega = \Phi_0$; $v = 0$ すなわち $\Phi = 0$ 2). 噴流境界 $r = r_c$ に対して (r_c は噴流境界), $\Theta = 0$; $\Theta' = 0$; $u = 0$ すなわち $\Phi' = 0$; $\Phi'' = 0$;

Schmidtの加熱気流に関する計算の手法と同様にして Φ , Θ を次のようなべき級数に置く。

$$\Phi = \Phi_0 \zeta + \Phi_1 \zeta^{3/2} + \Phi_2 \zeta^2 + \Phi_3 \zeta^{5/2} + \Phi_4 \zeta^3 + \Phi_5 \zeta^{7/2} + \dots \quad (12)$$

$$\Theta = \Theta_0 + \Theta_1 \zeta^{3/2} + \Theta_2 \zeta^2 + \Theta_3 \zeta^{5/2} + \Theta_4 \zeta^3 + \Theta_5 \zeta^{7/2} + \dots \quad (13)$$

(12), (13)式を(10), (11)式に代入し, 両辺の同じべきの ζ の係数を等しいとおけば,

$$\left. \begin{array}{l} \frac{225}{32} \Phi_1^2 = \Theta_0, \quad \frac{225}{32} \Phi_1 \Phi_2 - \frac{15}{4} \Phi_0 \Phi_1 = \Theta_1, \quad \dots \\ \frac{45}{8} \Phi_1 \Theta_1 - \Phi_0 \Theta_0 = \Theta_0, \quad \frac{45}{8} \Phi_1 \Theta_2 + \frac{18}{5} \Phi_2 \Theta_1 - \Phi_0 \Theta_1 - \Phi_1 \Theta_0 = \Theta_1, \quad \dots \end{array} \right\} \quad (14)$$

ここで $\zeta = \zeta_c$ において $\Phi' = 0$, $\Phi'' = 0$ なる条件を用いると Φ_0 に対する Θ_0 , ζ_c の値も定められる。

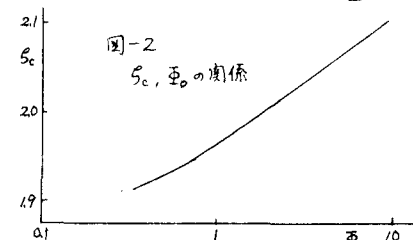
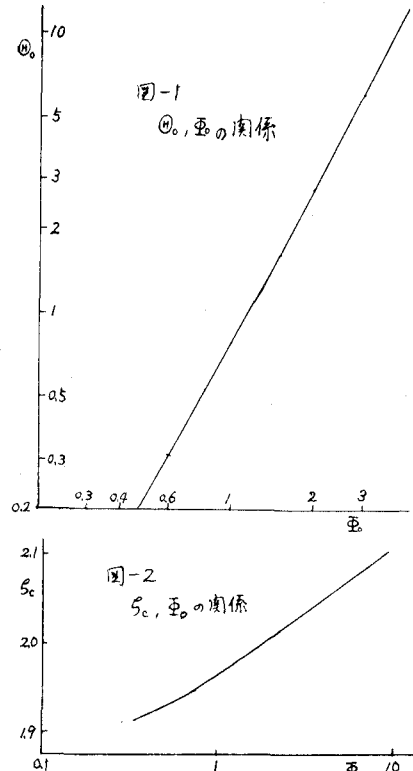
これらの関係を図-1, 図-2に示す。 Φ_0 を与えれば Θ_0 はわかるから (14)式より $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Theta_1, \Theta_2, \dots$

が順次求められる。図-3, 図-4に Φ/Φ_0 , Θ/Θ_0 の曲線を Φ_0 をパラメータにとって示し, Schmidtの解も併せ記す。Schmidtの解は相対速度 $w = 0$, すなわち $\Phi_0 = \infty$ の場合に相当する。次に単位時間当りの空気量 Q は,

$$Q = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma(u+w) dy = \frac{\omega^3}{g c^{2/3}} \int_{\zeta_c}^{\infty} \Theta (\Phi' + 1) d\zeta$$

となる。 Φ_0 をパラメータとして Q を求めれば Q と u_0 の関係が求められる。気泡上昇速度は気泡密度が著しく高くない限り気泡径 1.5~4.0 mm の範囲では事実上 23 cm/sec としてよい。 Φ_0 の値を実測の流速を 23 cm/sec で除した値に等しいとにおいて実験結果と比較すると図-1を得る。定性的には一致している。相対速度を無視すれば噴流の中心上昇流速 u_0 は空気量の $1/2$ 乗に比例することが知られているが, 相対速度を考慮した場合の $1/2$ 乗法則からのはずれが図のように与えられる。これは気泡のエネルギー損失の増大を示すものである。実験値より C の値を推算するとほぼ $C = 0.067$ となる。 B を噴流幅の $1/2$ として B/χ なる広がり角度を表-1に示す。

ii) 幅のある散気板からの噴流 気泡の相対速度があ



る場合気泡分布の幅と噴流の幅は異なると考えられる。旋回流速 u_c がある場合も併せて考えれば、上昇流速 u は噴流による流速を u' として $u = u_c + u'$ となる。この場合(4)(5)式が成り立つ。ここで流速及び気泡分布の形を誤差分布と仮定し、流速に対しては中心軸上の上昇流速を $U(x)$ 、幅を $B(x)$ として、 $u = u_c + U e^{-y^2/B^2}$ 、気泡分布に対して中心の値を $\sigma_0(x)$ 、幅を $b(x)$ として、 $\sigma = \sigma_0 e^{-y^2/b^2}$ とする。また $D = -c^2 B^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ とおく。これらを(4)(5)式に代入し各々 y について $0 \sim \infty$ で積分すれば

$$(u_c + \sqrt{2}U)B \frac{dU}{dx} + (u_c + \frac{\sqrt{2}}{2}U)U \frac{dB}{dx} = g b \sigma_0 \quad (15)$$

$$\frac{B b \sigma_0}{(B^2 + b^2)^{3/2}} \frac{dU}{dx} + \frac{b^2 U \sigma_0}{(B^2 + b^2)^{3/2}} \frac{dB}{dx} + \left\{ w + u_c + \frac{B^3 U}{(B^2 + b^2)^{3/2}} \right\} \sigma_0 \frac{db}{dx} + \left\{ w + u_c + \frac{B U}{(B^2 + b^2)^{3/2}} \right\} \sigma_0 \frac{d\sigma_0}{dx} = 0 \quad (16)$$

(14)(15)式に y をかけて同様にして

$$\{4u_c + (\pi + 4)U\} B^2 \frac{dU}{dx} + \{8u_c + (\pi + 2)U\} B U \frac{dB}{dx} = \sqrt{2} \pi c^2 B U^2 + 4 g b \sigma_0 \quad (17)$$

$$\frac{1}{2} \left(\tan^{-1} \frac{b}{B} + \frac{B b}{B^2 + b^2} \right) \sigma_0 B \frac{dU}{dx} + \frac{1}{2} \left(\tan^{-1} \frac{b}{B} + \frac{B b (b^2 - B^2)}{(B^2 + b^2)^2} \right) \sigma_0 U \frac{dB}{dx} + \left\{ w + u_c + \frac{B^3 U}{(B^2 + b^2)^{3/2}} \right\} \sigma_0 \frac{db}{dx} + \frac{1}{2} \left(w + u_c + \frac{B^2 U}{B^2 + b^2} \right) b \frac{d\sigma_0}{dx} = \sqrt{2} \pi c^2 \frac{B^3 U \sigma_0}{(B^2 + b^2)^{3/2}} \quad (18)$$

の4式が求められる。(15)式を x について $0 \sim x$ 、 y について $0 \sim \infty$ で積分すれば、 Q を送気量として

$$Q = \sqrt{2} \pi b \sigma_0 \left\{ w + u_c + \frac{B U}{(B^2 + b^2)^{3/2}} \right\} \quad (19)$$

が求められる。(19)式の σ_0 を(15)式に代入して

$$(u_c + \sqrt{2}U)B \frac{dU}{dx} + (u_c + \frac{\sqrt{2}}{2}U)U \frac{dB}{dx} = \frac{g Q}{\sqrt{2} \pi \left\{ w + u_c + \frac{B U}{(B^2 + b^2)^{3/2}} \right\}} \quad (20)$$

が求められる。(15)(17)式より σ_0 を消去すれば

$$[4(B-b)u_c + \{(\pi + 4)B - 4\sqrt{2}b\}U] B \frac{dU}{dx} + [4(2B-b)u_c + \{(\pi + 2)B - 2\sqrt{2}b\}U] U \frac{dB}{dx} = \sqrt{2} \pi c^2 B U^2 \quad (21)$$

が求められる。ここで $U = \sqrt{\frac{2gQ}{\pi c^2}} U_1$ 、 $w = \sqrt{\frac{2gQ}{\pi c^2}} w_1$ 、 $u_c = \sqrt{\frac{2gQ}{\pi c^2}} u_{c1}$ 、 $x = x_1 / \sqrt{\pi c^2}$ とおいて(20)(21)(16)(18)式に代入すれば、

$$(u_{c1} + \sqrt{2}U_1)B \frac{dU_1}{dx_1} + (u_{c1} + \frac{\sqrt{2}}{2}U_1)U_1 \frac{dB}{dx_1} = \left\{ w_1 + u_{c1} + \frac{B U_1}{(B^2 + b^2)^{3/2}} \right\} \quad (22)$$

$$[4(B-b)u_{c1} + \{(\pi + 4)B - 4\sqrt{2}b\}U_1] B \frac{dU_1}{dx_1} + [4(2B-b)u_{c1} + \{(\pi + 2)B - 2\sqrt{2}b\}U_1] U_1 \frac{dB}{dx_1} = \sqrt{2} B U_1^2 \quad (23)$$

$$\frac{B b \sigma_0}{(B^2 + b^2)^{3/2}} \frac{dU_1}{dx_1} + \frac{b^2 U_1 \sigma_0}{(B^2 + b^2)^{3/2}} \frac{dB}{dx_1} + \left\{ w_1 + u_{c1} + \frac{B^3 U_1}{(B^2 + b^2)^{3/2}} \right\} \sigma_0 \frac{db}{dx_1} + \left\{ w_1 + u_{c1} + \frac{B U_1}{(B^2 + b^2)^{3/2}} \right\} \sigma_0 \frac{d\sigma_0}{dx_1} = 0 \quad (24)$$

$$\frac{1}{2} \left(\tan^{-1} \frac{b}{B} + \frac{B b}{B^2 + b^2} \right) \sigma_0 B \frac{dU_1}{dx_1} + \frac{1}{2} \left(\tan^{-1} \frac{b}{B} + \frac{B b (b^2 - B^2)}{(B^2 + b^2)^2} \right) \sigma_0 U_1 \frac{dB}{dx_1}$$

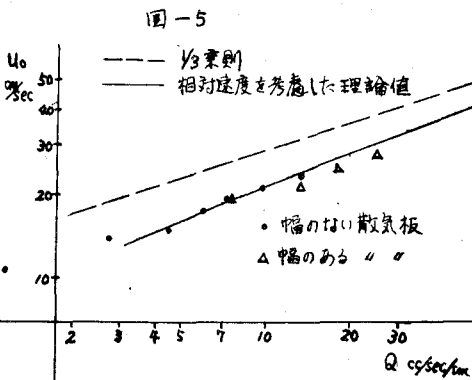
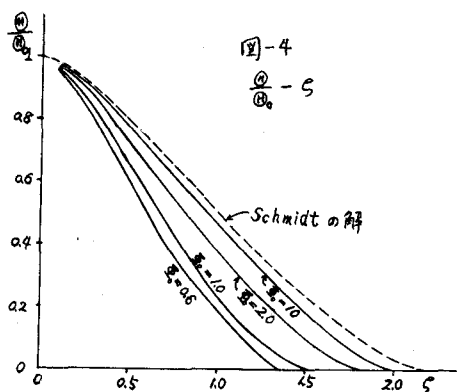
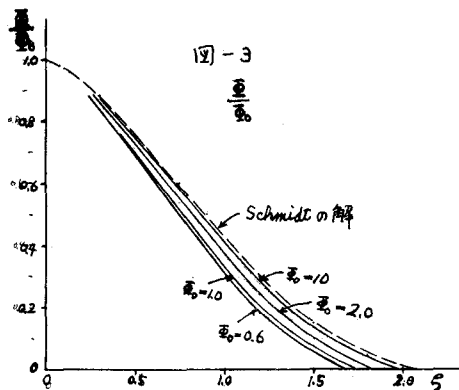
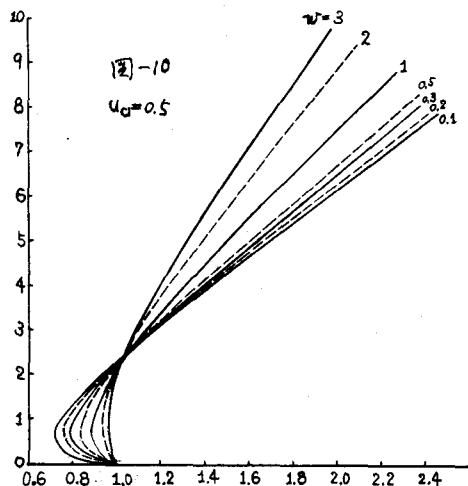
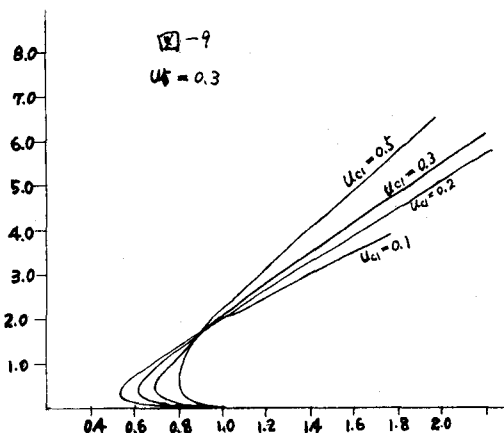
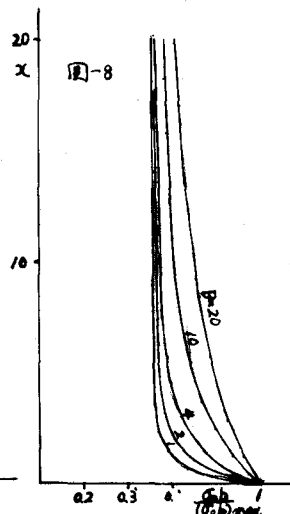
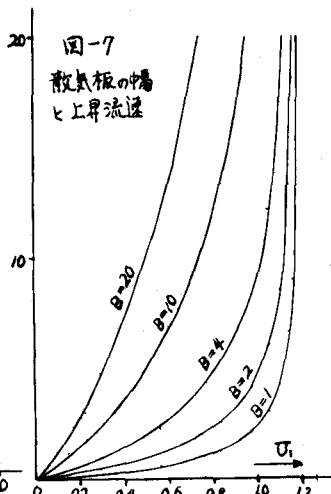
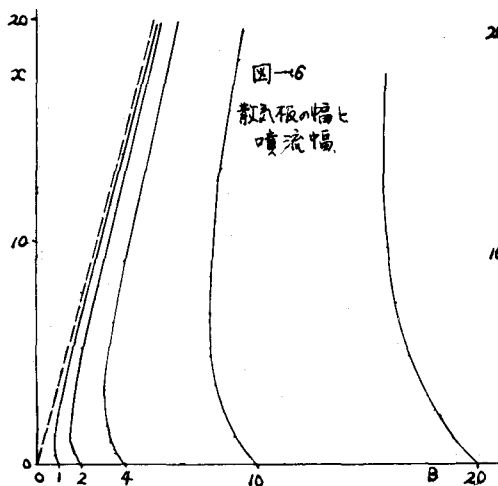


表-1

Q cfs/sec	1.18	2.75	4.50	6.05	7.38	9.93	13.2
B'/x	0.12	0.12	0.10	0.11	0.12	0.12	0.11

平均 0.11



$$+ \{w_1 + U_{c1} + \frac{B^4 U_1}{(B^2 + B^2)^2}\} \sigma_0 \frac{db}{dx_1} + \frac{1}{2} (w_1 + U_{c1} + \frac{B^2 U_1}{B^2 + B^2}) b \frac{d\sigma_0}{dx_1} = \frac{B^3 U_1 \sigma_0}{(B^2 + B^2)^{3/2}} \quad (25)$$

(22), (23), (24), (25) 式は $\frac{dU_1}{dx_1}$, $\frac{dB}{dx_1}$, $\frac{db}{dx_1}$, $\frac{d\sigma_0}{dx_1}$ についての 4 元一次連立方程式である。数値積分の結果を上図に示す。幅のない場合の $B/x = 0.11$, $C = 0.067$ より幅のある場合は混合距離 $l = CB$ を用いたことを考慮すればこの場合 $C = 0.61$ 。故に $x = \frac{x_1}{\sqrt{C}} = 1.52 x_1$ によって x_1 は x に換算する。図-6, 7, 8 は $U_0 = 0.5$, $w = 0.3$ の場合で 図-6 は散気板幅を深さ z に対して 2, 4, 10, 20 にとった場合の B の形状で 図-7, 8 はそれらの B に対応した値である。図-6 より幅が広い程噴流幅が広く、7 図より幅が広い程上昇流速が一定値に近づくのかわれる。又水中の気泡も多くなり幅を広げることが重要である。図-9, 図-10 より旋回流速が小さい程、相対速度が小さい程噴流幅が広くなることがわかり、旋回流と相対速度は同様の影響のし方をする。本文の計算には、九州大学中央計数施設の Oki TAC-5090-H 電子計算機を使用した。

参考文献 W. Schmidt, Zeitschrift für Angewandte M. M. 21, 265, 1941

W. L. Haberman and R. L. Morton, Proceeding of American Society of Civil E. V. 120 9389, 1954