

地下水流の浸透機構について。(第=報)

大阪大学工学部 正員 室田 明

大阪府立高専 正員 〇佐藤 邦明

研究目的

我々は前報において完全飽和浸透のメカニズムを明確に解析するために、多孔体モデルの表現に単位透水体の概念が有効である事と、またそれに関連する事項として数種類の人工粒径分布をもつてめ込まれたガラス球の平均の空けき率と分布標準偏差との相関を実験したところを報告した。

今回、空けき規模と粒径分布の関係、空けき規模関数の設定、またそれら分布特性の関連について最近の研究結果を報告し、また空けき規模関数による浸透係数の数学的、統計的な取扱いの具体化についても併せて述べたい。

2.1 浸透係数の表現と空けき規模関数の関係

エネルギーの散逸という立場から浸透係数を論じる。レイノルズの運動方程式は

$$\rho(\partial \bar{U}_i / \partial t + \bar{U}_j \partial \bar{U}_i / \partial x_j) = -\partial \bar{P} / \partial x_i + \partial / \partial x_j (\mu \partial \bar{U}_i / \partial x_j - \rho \bar{u_i u_j}) + F_i \quad (2.1)$$

ここで、 ρ ；流体密度、 $\bar{U}$ ；平均流速、 μ ；粘性係数、 F ；外力、 u ；変動流速、 P ；圧力、 t ；時間、 x ；長さ、 $i, j = 1, 2, 3$ 、である。

流れが保存系の流れと有すると考える。外力がスカラー量から導かれるなら、(2.1)式は

$$-\partial \phi / \partial x_i + \partial / \partial x_j (\mu \partial \bar{U}_i / \partial x_j - \rho \bar{u_i u_j}) = 0 \quad (2.2)$$

となる。式において、 $\phi = \frac{1}{2} \rho g (\bar{P} - V_L)$ であり、 V_L は後述する吸着ポテンシャルを含む広義の形である。も1次の様な R_1, R_2 が与えられるなら、 $\mu \partial \bar{U}_i / \partial x_j = R_1 \bar{U}$ 、 $-\partial / \partial x_j (\bar{u_i u_j}) = R_2 \bar{U}^2$ 、 $\partial \phi / \partial x_i = I$ 、と置けば、

$$I = R_1 \bar{U} + R_2 \bar{U}^2 \quad (2.3)$$

をうる。単位流体マス内のエネルギー散逸係数 R_1, R_2 は共にポテンシャルエネルギーから運動のエネルギーへの変換係数を示す定数である。

(2.3)式は一般に乱れを含む流れにおいて古くから経験的に知られている。

我々は特に多孔体内の流れという点に立脚し R_1, R_2 の表現について検討を加える。

単位透水体 U_v の内部の流れについて次のごときマクロ的なエネルギーの式がある。

$$dE/dt = \rho \int_{U_v} \bar{M} d(\lambda U_v) - \mu \int_{U_v} \bar{N} d(\lambda U_v) = 0 \quad (2.4)$$

式において、 $\bar{M}$ ；単位透水体内の単位流体マスの平均レイノルズ応力、 $\bar{N}$ ；平均粘性応力、 λ ；空けき率、である。(2.4)式によって(2.5)式の様な C_t を導入し(2.6)式のごとき流れを分類する事ができる。

$$C_t = \rho \int_{U_v} \bar{M} d(\lambda U_v) / \mu \int_{U_v} \bar{N} d(\lambda U_v) \quad (2.5)$$

この C_t を状態係数と名づける。

$$C_t \ll 1 : \text{完全層流} \quad E = E \left\{ \mu, \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right)^2, \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \right\} \quad (2.7)$$

$$C_t \sim 1 : \text{遷移流} \quad (2.6) \quad \text{未知}$$

$$C_t \gg 1 : \text{完全乱流} \quad E = E \left\{ \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right)^2, \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \right\} \quad (2.8)$$

C_t により設定した3つの領域について、 R_1, R_2 また R_3 を考察しよう。

まず $C_t \ll 1$ の場合における R_1 について考える。

層流の場合に単位流体要素の単位時間内の粘性による平均エネルギー散逸量は(2.7)の表現をもつ。

次に無次元量, $\bar{x}_i = x_i/d$, $\bar{u}_i = u_i/\bar{U}$ で(2.7)式を次元変換すると(2.8), (2.9) をうる。

$$E = \bar{E} \mu \bar{U}^2/d^2 \quad (2.9) \quad , \quad E(\bar{U}) = \mu \bar{U}^2/C \cdot d^2 \quad (2.10),$$

$$C = 1/d \lambda \quad (2.11) \quad , \quad \lambda = 1/\lambda \Delta V \int_{\Delta V} \bar{E} d(\lambda \Delta V) \quad (2.12),$$

ここで流系の代表的長さ d として何を採用すべきか, また平均的な流速 $\bar{U}$ の設定の問題は浸透流のメカニズムを考える時, 基本事項である。

さらに, 単位透水体 U_V 当りのエネルギー散逸量 $E(\bar{U})$ は(2.10)と与えられる。ここで ΔV は単位透水体より十分大きい多孔体の容量である。また C は空けき率と多孔体の規模と幾何的形狀によって決定されるものである。

多孔体内の流体の運動に外部から加えられるべきエネルギー $E(x)$ は $E(x) = \bar{U} d \phi / dx_i = \bar{U} I$ となければならない。したがって我々は R_1 の表現として

$$R_1 = \mu / C \cdot d^2 \quad (2.13)$$

をうる。すなわち, 多孔体内の層流のエネルギー散逸は粘性係数に比例し, 代表的長さの2乗と多孔体の規模, 幾何的形狀, 空けき率に逆比例する事が判る。

注意すべき事項として上述の R_1 が一般にダルシーの法則で知られている浸透係数の逆数になっている事である。さらに, (2.13)式が抵抗係数 α とレイノルズ数 Re の経験的関係 $Re \alpha = a + b Re$, (a, b , 定数) からも得られる事は講演時にのべる積りである。

次に乱流の発生とともに $C_t \sim 1$ の場合にについては空けき規模関数を用いて論じる。(Fig 2.1, Fig 2.2)

我々は多孔体内の乱流の状態を空けき規模関数 $P(d)$ を用いて, またそこでのエネルギーの散逸パター

ンを空けき規模の関数として散逸関数を用いて説明しよう。分類された各リージョンの物理的意義を考へる。

リージョン(1)は空けき規模が $1/2$ ミクロン程度の多孔体について存在する。あるいは吸着水膜により流れは発生しない。したがって運動によるエネルギーの消費はない。

リージョン(2)は空けき規模が数ミ

Classification due to
flow pattern

(1); Non-flow region

(2); Over-high viscosity
region

(3); Capillarity model region

(4); Transitional region

(5); Turbulent region

Classification due to
dissipation

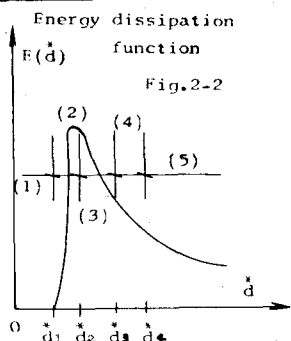
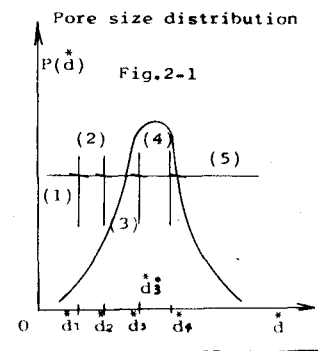
(1); Non-energy dissipation
region

(2); High energy dissipation
region

(3); Laminar dissipation
region.

(4); Laminar and turbulent
dissipation region

(5); Turbulent dissipation
region



クロニの多孔体について成立する。水分子が多孔体粒子に吸着されて壁面付近での分子密度が高くなり見掛け上高粘性流体の流れと同じであり、流れによる分子の輸送が多くそのためエネルギーの消費は多い。リージョン(3)は毛管内の粘性流体の流れをえいうれエネルギーの散逸は(2.13)式で表わされる。さらに、リージョン(4)はいわゆる遷移流の領域であって、エネルギー消費は層流、乱流換熱則によって決まる。リージョン(5)は完全乱流であり、エネルギーは乱れの波数と乱れのサイズで決まる。

各リージョンの境界と示す特定の空げき規模 $d_1^*, d_2^*, d_3^*, d_4^*$ はある空げき規模関数の決定した多孔体について、決って固定された値とてう流れに加ええられるエネルギーの大小によって変わるものである。以ての概念の下で流れの遷移係数 $C_{tr} \sim 1$ の場合エネルギー散逸係数 k_2 は次の形となる。

$$k_2 \sim (\mu + \epsilon_m) / C_1 \int_{d_1}^{d_3} P(d) d^2 dd + \mu / C_2 \int_{d_3}^{d_4} n^2 d^2 P(d) dd \quad (2.14)$$

式(2.14)中、 ϵ_m は吸着粘性係数、 n は乱れの波数、また d_3^* は遷移空げき規模径である。(各々の事項の意義、推定の試みについて講演時にのべる。)

最後に状態係数 $C_{tr} \gg 1$ の場合、流れ内部の消費エネルギーは加えられるエネルギーの大小にかかわらず一定である。

k_2 の表現は

$$k_2 \sim C_3 \mu / \int_{d_1}^{d_4} n^2 d^2 P(d) dd \quad (2.15)$$

あるいは、ある代表的な長さ D が決れば、 $k_2 \sim \bar{c} / qD$ とは、一定の値とてる事になる。したがって、 $\bar{c}$ は適当にえうんだ定数である。この結果は実験的にも証明される。

2.2 空げき規模関数の実験的決定.

空げき規模関数を実験的に決定するため、我々は次のような実験を試みた。

粒径1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 25, 30, 40 μm の18種類の球を黒色粘土と石こう粉の適当な混合で作った。それら乾燥球粘土粒子とFig. 2.3に示した8種類の分布に配合し後に径9, 11 μm のビーカー中に詰め込み、さらにその中に初状態こうを圧入した。適当な時間の後、詰め込まれた多孔体が硬化する。そこでそれを厚さ0.5 cm の薄くして薄切りにした。それらのサンプル(d_{50} が25, 70 μm , 分布標準偏差 st が1.04, 1.7 μm の場合)が写真21, 22に示されている。非常に明確な空げき分布、規模が識別しう。

次に我々は独立空げきと条件 $\partial A / \partial x = 0$ を考え、得られた独立空げきと等価な球の径をもつて空げき規模とみなした。えうられた8種類の粒径分布に対応する空げき規模分布が各々Fig. 2.3の記号と同じものでFig. 2.4に示されている。標準線とほぼ直線になっている事が判る。

さらに粒径分布の標準偏差 Pa_{st} と空げき規模分布のそれ Pa_{st} との相関と各々50%粒径 d_{50} で無次元化して記号別にプロットしたものがFig. 2.5に示されている。詳しくは講演時にのべたい。

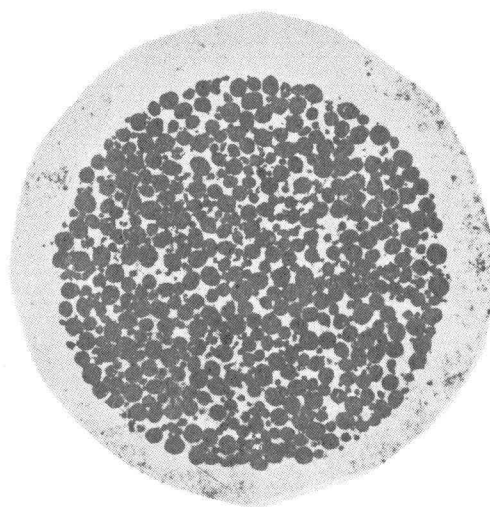
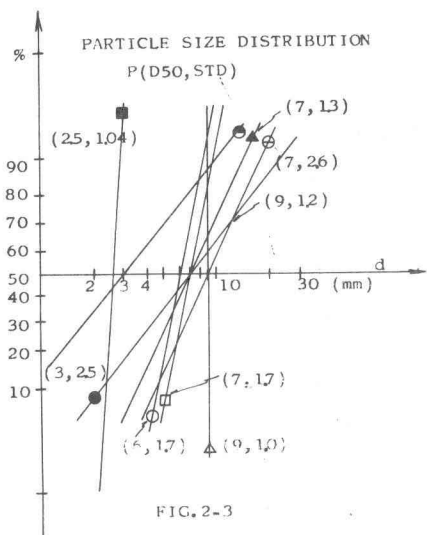


Photo-2-1 $P_a(2.5, 104)$

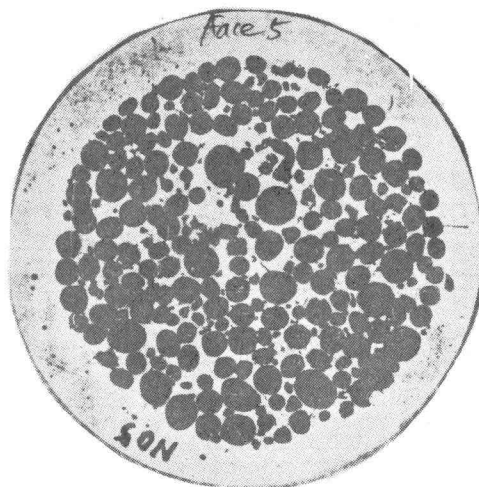
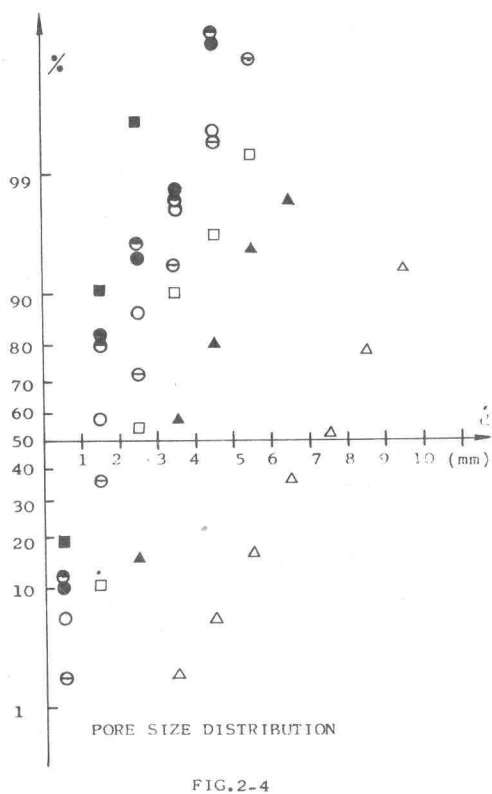


Photo-2-2 $P_a(7, 1.7)$

