

大阪大学工学部 正員 室田 明
同 大学院 学生員 〇端 野道 夫

1. はじめに

河床変動過程は河川の土砂輸送量の時間的・空間的変動の累積効果によるものであるから、河床変動問題の定量的解答を得ようとするとき、河川流域の地形・地質特性はもちろんのこと、降雨特性および流出特性の時間的（季節的変動、長期変動等）をも定量的に把握する必要がある。

土砂生産・供給源を考えない場合、流量資料が十分ありさえすれば、河川の土砂流送可能量の算定は流量資料のみに基づいて行なうことができようが、土砂生産・供給源の時間的変動を無視できない場合や、流量資料が降雨資料に比べて、きわめて少ない場合、降雨資料から解析を始めざるを得ない。そのとき、降雨の流出解析は長期の低水解析と高水解析を行なうので、困難はさけられぬ。

この論文は、上述の後者の立場によるものであって、河床変動問題に対する前段階として、河川の一地点に注目して、降雨特性、したがって流出特性の時間的変動（ここでは季節変動）を考慮して、河床変動特性を予測する。まず、土砂輸送に関連する降雨の確率統計学的モデルを設定し、モデル降雨を発生させ、それによるハイドログラフを作成し、流砂量公式を介して、土砂輸送量の月別確率分布を推算する。そして月別確率分布の“た積みこみ”により年土砂輸送量の確率分布を得て、長期土砂輸送量の確率分布を得る。

土砂輸送に関連するモデル降雨の設定において¹⁾、その主要な特性として、降雨日数分布、降雨間隔日数分布、日雨量分布の三つを抽出しているが、このモデル降雨による土砂輸送量推算法の妥当性は、実測降雨資料に基づく追跡計算法²⁾との比較の上で検討され得よう。

表-1 降雨日数分布 (W=30)

月	r	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	A	24	24	13	5	3					
	B	22	25	14	5	1					
6	A	6	10	22	8	8	3	6	4	2	
	B	3	10	15	15	11	7	3	1		
9	A	3	14	14	13	6	12	5	1	1	
	B	3	10	15	15	11	7	3	1		
12	A	42	18	7	2						
	B	39	21	6	1						

A: ハ横観測所資料
B: ポアソン分布値 (小数以下切捨て)

以下、例を和歌山県有田川上流域にとり、モデル降雨による土砂輸送量の確率分布推算法を述べる。

2. モデル降雨の設定¹⁾

既往の降雨資料より年間を同一降雨母集団を構成すると考えられる期間に分割し、それぞれの期間の降雨日数分布、降雨間隔日数分布、日雨量分布を設定する。土砂輸送に関連する日雨量 W mm/day 以上の降雨を対象とし、期間が n 日からなるものとする、それぞれの分布は次のごとく書き表わせる。

表-2 降雨間隔日数分布 (W=30)

月	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	20					降水日数			
3	6	0	4	3	2	0	2	0	1	4	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	2	32
6	55	16	19	9	11	9	2	2	5	1	4	4	2	0	2	1	1	0	2	0	0	1	1		147
9	50	9	18	10	7	7	5	4	3	4	5	4	3	3	2	2	3	0	2	0	1	0	0	2	144
12	2	0	0	0	1	1	2	1	0	0	0	1	0	0	1	0	2						11		

i). 降雨日数分布:

$$\sum_{r=0}^n G_r = 1 \quad (1)$$

ただし、 G_r : 考えている期間

の一年に一度の再現時において、 W mm/day 以上の降雨が r 回起る確率。

ii). 降雨間隔日数分布:

$$K_{j_k, r}^{(i_k-1)} = H_{j_k, r} / \sum_{l=0}^{n-i_k-(r-k+1)} H_{l, r} \quad (2) \quad \sum_{j_k=0}^{n-i_k-(r-k+1)} K_{j_k, r}^{(i_k-1)} = 1 \quad (3)$$

ただし、 $H_{j_k, r}$: r 回の降雨のあるうち、先行する $(k-1)$ 回目の降雨と j_k ($j_k \geq 0$) 日の間隔をもつて

良回目の降雨が生起する頻度で、 i_R : 良回目の降雨が生起する日で、期間の i_R 日目に入る。($i_R = i_{R-1} + d_R + 1$, の関係がある)

iii). 日雨量分布: 指数分布 $F_w(x) = \int_0^x f_w(x) dx = 1 - \exp\{-d(x-w)\}$ (4)

または、双曲線型指数分布 $F_w(x) = 1 - \{(x+b)/(w+b)\}^{-R}$ (5)

ただし、 d, b, R : 定数

降雨パターンの生起確率は上述の三つの降雨特性の確率の積の形で書き表わせる。すなわち、

a) . 1 回も降雨のない確率は G_0 。

b) . 1 回の降雨が期間の i 日目 ($1 \leq i \leq n$) に生起し、その降雨強度が $X_i (\geq w) \text{ mm/day}$ である確率は、

$$\frac{1}{n} \times G_1 \times \Delta F_w(X_i) \quad (\text{ただし、} \Delta F_w(X_i) = \int_{X_i - \frac{1}{2}d}^{X_i + \frac{1}{2}d} f_w(x) dx) \quad (6)$$

c) . r 回 ($r \geq 2$) の降雨が、それぞれ期間の $i_1, i_2, \dots, i_r$ 日目 ($1 \leq i_1 \leq n-r+1, i_{R-1}+1 \leq i_R \leq n-r+R, R=2, 3, \dots, r$) に生起し、それぞれの降雨強度が $X_1, X_2, \dots, X_r (\geq w) \text{ mm/day}$ である確率は、

$$\frac{1}{n-r+1} \times G_r \times \left(\prod_{R=2}^r K_{i_R}^{(i_{R-1})} \right) \times \left(\prod_{R=1}^r \Delta F_w(X_i) \right) \quad (\text{ただし、} \Delta F_w(X_i) = \int_{X_i - \frac{1}{2}d}^{X_i + \frac{1}{2}d} f_w(x) dx) \quad (7)$$

これらの式では、降雨日数分布、降雨間隔日数分布、日雨量分布間の相関、および各分布内の相関はないとしている。当然、降雨パターンの総和の生起確率は 1 であるから、次式が成り立つ。

$$\left\{ \sum_{i_1=1}^{n-r+1} \sum_{i_2=i_1+1}^n \dots \sum_{i_r=i_{r-1}+1}^n \frac{1}{(n-r+1)} \prod_{R=2}^r K_{i_R}^{(i_{R-1})} \right\} \times \left\{ \sum_{X_1} \sum_{X_2} \dots \sum_{X_r} \prod_{R=1}^r \Delta F_w(X_i) \right\} \times \sum_{r=2}^n G_r + \left(\sum_{i_1=1}^n \frac{1}{n} \right) \times \left\{ \sum_{X_1} \Delta F_w(X_i) \right\} \times G_1 + G_0 = 1 \quad (8)$$

表-1, 2, 3 は有田川・八幡降雨観測所資料 (69 年, 明. 26 年 ~ 昭. 36 年) より得た、降雨日数分布、降雨間隔日数分布、および日雨量分布に対応する期間最大日雨量分布のうちの代表的なものであるが、各分布特性の季節変動がよく現われている。

3. 土砂輸送量の確率分布の推算法とその適用例

A). 期間土砂輸送量の確率分布: ある期間において、モデル降雨を発生させ、それに伴う出水解析を行ない、計算地点におけるハイドログラフを作成する。得られたハイドログラフと、水位流量曲線より、流砂量公式を介して、その期間の土砂輸送量 (流送可能量) を算定することができる。そのときの確率は降雨パターンの生起確率で規定される。

有田川上流域・粟生測水所地点 (流域面積 288 km^2 , 二川ダム下流約 5 km) での計算例では、河床勾配: $1/200$, 砂礫平均粒径 $d_m = 4.584 \text{ cm}$, その他の条件も、追跡計算法²⁾ と同一にした。とりわけ、降雨の生起に伴う出水の解析方法として、既往の多くの研究成果があるが、ここでは、モデル降雨による推算法 (M 法とよぶことにする) と、実測降雨資料に基づく追跡計算法 (T 法とよぶことにする) とを比較検討するために、後者の採用した、ごく簡単な、日雨量に対するユニットハイドログラフとほぼ同一のもの (図-1) を採用する。また、流砂量公式としても同一の岩垣公式 (Brown 型式: $k=30, n=2$) を用いる。

有田川の計算例のフローチャートを書くと、図-2 のごとくなるが、ここで問題となる点は、①. 期間 n 日、と②. 土砂輸送に関連する降雨の下限値 w (フローチャートの X_L)、である。①については、先行する期間内の降雨による流量の繰越し効果の影響が無視できる程度に n を決定する必要があるので、

表-3 月最大日雨量分布 (mm/day)

月	平均	標準偏差	歪度	X_U
3	29.7	19.4	1.42	174.3
6	78.8	45.4	.98	284.7
9	94.5	56.9	1.01	352.2
12	28.5	13.8	.81	90.8

$n=1$ 年とした。繰越し効果を考える場合には、前期間の繰越し流量の確率を算定して、フローチャートを修正すればよい。②については、今の場合、土砂生産・供給源を考えずに、掃流砂の限界掃流力に対応する日雨量 32 mm/day ²⁾ を参考にして、 w 値を設定した。 $w \text{ mm/day}$ 以下の降雨による低水流出量は土砂輸送には有効でないとして考えていない。

実際に、このフローチャートによって計算を進める場合、問題となるのは、電子計算機を利用しても相当の時間を要する点である。降雨生起回数 r が多ければ、多いほど、また日雨量分布のきざみ Δx を小さくすれば、するほど、その所要時間は等比級数的に大きくなる。そこで、所要時間短縮の工夫が必要であるが、ここでは $\Delta x = 20$ または 40 mm/day とし、日雨量分布の上限値 x_u として、月最大日雨量分布における、リターンピリオド 500 年の日雨量強度を採用した。降雨の多い期間については、なお、さらに細かい工夫がなされねばならないだろう。

B) 年土砂輸送量の確率分布： かくして、年間の分割された期間のすべてについての土砂輸送量の確率分布が推算されると、年土砂輸送量の確率分布は、それら各期間の土砂輸送量確率分布の“たたみこみ”として得られる。さらには、数 10 年あるいは長期の土砂輸送量の確率分布は年土砂輸送量のそれの“たたみこみ”として得られる。

今、二つの期間の土砂輸送量確率分布をそれぞれ、 $H_1(x_1)$ 、 $H_2(x_2)$ 、密度関数をそれぞれ、 $h_1(x_1)$ 、 $h_2(x_2)$ とするとき、二つの期間における土砂輸送量は、それらの和であるから、その確率分布 $H^2(x)$ 、密度関数 $h^2(x)$ は、

$$H^2(x) = \int_0^x H_1(x-x_2) dH_2(x_2) = \int_0^x H_2(x-x_1) dH_1(x_1) \quad (9)$$

$$h^2(x) = \int_0^x h_1(x-x_2) h_2(x_2) dx_2 = \int_0^x h_2(x-x_1) h_1(x_1) dx_1 \quad (10)$$

で求められる。三つの期間における土砂輸送量の確率分布 $H^3(y)$ 、密度関数 $h^3(y)$ は、式(9)、(10)と三番目の期間の $H_3(x_3)$ 、 $h_3(x_3)$ とから、

$$H^3(y) = \int_0^y H^2(y-x_3) dH_3(x_3) = \int_0^y H_3(y-x) dH^2(x) \quad (11)$$

$$h^3(y) = \int_0^y h^2(y-x_3) h_3(x_3) dx_3 = \int_0^y h_3(y-x) h^2(x) dx \quad (12)$$

で求められる。同様の手順を年間の分割されたすべての期間 (m 年) について繰返せば、年土砂輸送量の確率分布 $H(x)$ 、密度関数 $h(x)$ は、 $H(x) = H^m(x)$ 、 $h(x) = h^m(x)$ として得られる。

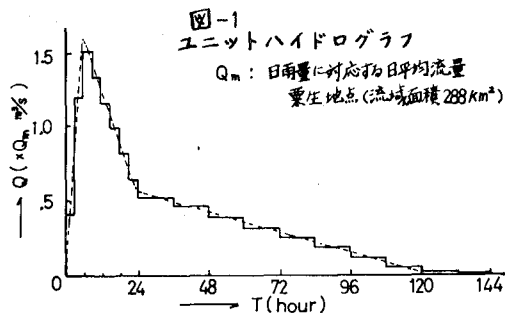
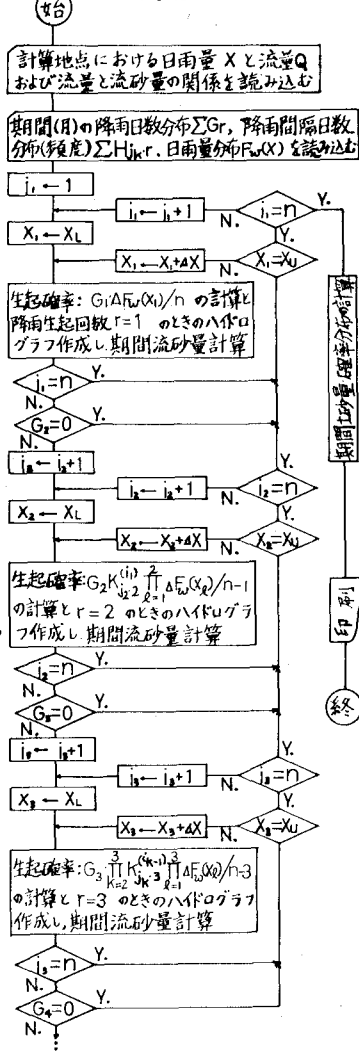


図-2 フローチャート



同様に、長期間(M年間)の土砂輸送量の確率分布は年土砂輸送量確率分布のMの“たたみこみ”として得られる。

C) 追跡計算法(T法)とモデル降雨による推算法(M法)との比較: まず, T法とM法の間の相異点をあげると, (i) M法は降雨資料を確率統計処理をした後, 降雨を発生させるのに対して, T法では, 生の降雨資料(69年)を用いている点である。もう一つの相異点はハイドログラフである。(ii) T法では, 日雨量強度により, また一日降雨か二日連続降雨かによって, 幾分異なるユニットハイドログラフを設定しているが, M法では, 電子計算機のフローチャートの簡単化を計り, 一日雨量に対する, ただ一つのユニットハイドログラフを設定し, 連続降雨に対しては, その重ね合せを行なっている。

T法とM法とによる月土砂輸送量の確率分布を表-4に示す。計算地点における限界掃流力に対応する日雨量は32 mm/dayであるが, 対象とする降雨の下限值 w として, 30, 40 mm/dayの二つについて行ない, M法の日雨量分布のきざみ Δx を, $w=30$ のとき $\Delta x=20$, $w=40$ のとき $\Delta x=40$ mm/day

として計算したが, 電子計算機の方の都合で計算例が少しか間に合わなかったため, 表-4からは深い検討はできないが, 少なくとも, 降雨の少ない月の土砂輸送量の確率分布の概略がわかる。T法とM法との土砂輸送量のちがいの差は, 前述の, 二つの方法の相異点(i)によるものであろうし, ハイドログラフの相異点(ii)の, わずかの差が, 降雨の少ない月の確率分布におおきく影響が及ぶ可能性がある。また, M法内でも Δx のとり方によって確率分布の数値が変化するだろう。

さらに, 各場合, 各月について計算を進め, 結果と検討を講演時に述べたい。長期土砂輸送量の確率分布については, T法によった結果だけを図-3に示す。

4. むすび

モデル降雨による土砂輸送量の確率統計学的推算は河床変動に対する推計学的アプローチの一手法として有力と思われるが, 基本的に解決せねばならない種種の問題点の外に, 実際計算においても電子計算機の計算所要時間を短縮するべく工夫が必要である。

参考文献;

- 1) 室田端野; 土砂輸送に関連するモデル降雨の設定について, 関西支部年次講演概要, 昭43年5月
- 2) 和歌山県有田川総合開発事業・二川ダム堆砂量決定計算書, 和歌山県, 昭42年5月

表-4 月土砂輸送量 確率分布

期間 (月)	W (mm/day)	推算法	土砂輸送量 (S: 単位 10^4 m^3)				
			$0 \leq S < 1$	$1 \leq S < 2$	$2 \leq S < 3$	$3 \leq S < 4$	$4 \leq S < 5$
1	30	T	.970	.030			
		M	.970	.028	.002		
	40	T	.970	.030			
		M	1.000				
2	30	T	.911	.089			
		M	.959	.036	.005		
	40	T	.925	.075			
		M	.989	.010	.001		
3	40	T	.866	.119	.015		
		M	.956	.032	.009	.002	.001
11	40	T	.836	.104	.045	.015	
		M	.974	.018	.005	.001	.001

図-3 土砂輸送量 確率分布

