

水路蛇曲に関する一実験

北海道大学 工学部 正会員 ○ 長谷川和義

鹿島建設株式会社 正会員 工藤 一磨

北海道大学 工学部 正会員 山岡 熱

1. 実験の概要

昭和41年度の研究(石狩川中下流部の蛇行の形状特性)に続いて筆者らは、実験水路で蛇曲を自然発生させ、振幅やその発生過程について谷こう配、流量などの関係を調べ、さらに水路側面の浸食機構について研究を進めた。

水路は全長11.5m、有効長10m、幅50cm、高さ15cmであり、2mおきにヒンジが挿入されており連続的に5つの変こう配をつくることができる。使用砂は平均粒径0.455mm、比重2.687である。(粒度組成は表-1)。こう配4種類($1/30, 1/50, 1/75, 1/100$)について0.04~0.25%までの実験を71回行なった。²⁾ 自然発生した蛇曲の振幅等は停水後 fig-1の如く測定した。写真1~5は $I = 1/50, Q = 0.18 \text{ m}^3/\text{s}$ の例である。実験範囲は本尾の移動床形態区分図を補正した井口・鰐川による $* - I_x$ 図に示められる(fig-2)。

2. 振幅その他に関する実験結果

主な実験結果はfig-3~fig-5に示される。fig-3, fig-4はそれぞれ蛇曲振幅のこう配および流量との相関を示す。²⁾(説明略) fig-5は蛇曲の生成速度に関する結果をまとめたものである。平均流速のつい減率(蛇曲の生成速度を表わすものと考えられる)がこう配と明瞭な関係をもつことは興味深い。

3. 浅い直線水路における浸食機構モデル

3-1. 砂面に切った直線水路に通水をはじめるとき流水に浸った部分はずぐれ掃流されて、側面上部が一時オーバーハングした形となるが、たちまちある箇所から崩れはじめそれが上下流によび、ほぼ一様な幅をもつようになる。その後、砂礫堆が発生しはじめるまでの間は、水路底はフラットのままで砂粒の移動が行なわれ、時間とともに水路幅を広げて行く。このときの断面形はfig-6に示めずような形をしている。流水のせん断力によって直接掃流される側面の砂粒は水面からのある深さ H_c より深い位置にあり、動き出した砂粒は重力の斜面方向力をうけて水路底に運ばれ掃流状態におかれる(fig-6におけるA域)。木面か

表-1

粒径mm	百分率	通過百分率
0.80	0.0	100.0
0.59	26.77	73.21
0.50	11.82	61.39
0.40	16.48	44.91
0.21	40.39	4.42
0.15	3.23	1.19
0.0	1.19	

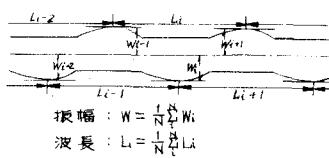


fig. 1

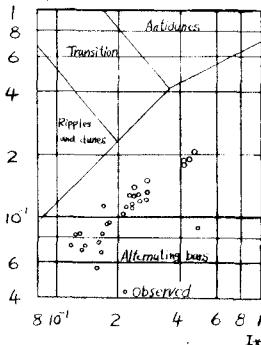


fig. 2

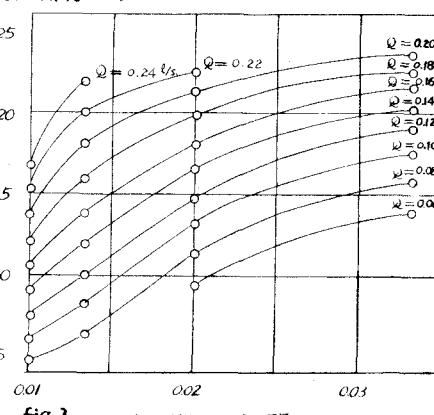


fig. 3 水路こう配

ら H_c までの側面の砂粒は流下方向へ動くことはほとんどなく、掃流された下部 A 域の砂粒の間隙を埋めるごとく側面をつたって下り、A 域に入りこむ（この部分は図の B 域）。木面上にある部分（C 域）は、木の表面張力によって、いくぶん水面におおいかがさるような状態を保つが、B 域の砂の動きに付けて徐々に木中に入りしていく。つまり A 域で掃流された砂は B 域から補砂され、B 域には C 域から補砂される結果、全体として木路が広がっていく。

3-2. (1) 木路は流下方向に一様であり、流路断面は近似的に矩形を保つ。(2) 現象は急激でなく、流れは擬似的に等流として扱える。と仮定すれば、木路幅と水深の関係は、 $\frac{d}{dt}(B \cdot H) = 0$ あるいは、 $B \cdot H = \text{Area}$

$$= \text{const.} \quad (1)$$

ただし、B：ある時刻 t における木路幅、H： t における水深、Area：流積。

一方、 t において水深 h をもつ側面上の単位面積を考え、この面から単位時間に運び出される砂の量を ϱ とすると、

単位長の A 域の全体の ϱ は、 $\varrho_A = \int_A \varrho \cdot dn$ 、ただし、 n ：側面にそって測った距離。 $dn = \gamma \cdot dh$ とおくと、 $\gamma = \frac{dn}{dh} = \frac{1}{\sin \theta}$ ただし、 θ ：側面上の 1 点における接線が水平面となす角。したがって、

$$\varrho_A = \int_{H_c}^H \frac{1}{\sin \theta} \varrho \cdot dh \quad (2)$$

ϱ_A の分だけ B、C 域から補砂される結果、全体として側面は後退する。側面の浸食速度 V_{st} は

$$V_{st} = \frac{\varrho_A}{H_s(1-\lambda)} \quad (3)$$

ここで H_s ：側壁の木路床からの高さ、 λ ：構成砂の空隙率。また

$$V_{st} = \frac{1}{2} \frac{dB}{dt} \quad (4)$$

(1)、(4) 式から、木路幅と時間の関係が得られる。

$$t + \int \frac{B^2}{4 \text{Area} V_{st}} dB + \text{const} = 0 \quad (5)$$

3-3. 土屋⁴⁾の安定横断形状の解析にならって、側面上の砂粒子の受けける力は

$$R = \{ R_T^2 + (W \sin \theta)^2 \}^{\frac{1}{2}} - W \cos \theta \cdot \tan \phi$$

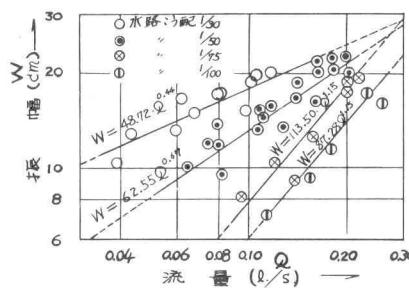


fig. 4

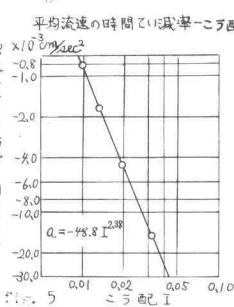


fig. 6

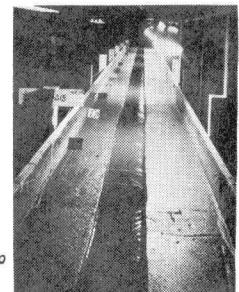
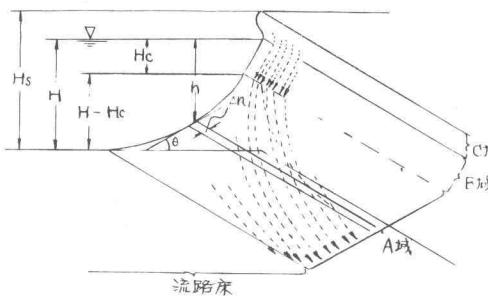


写真 1 通水後12分

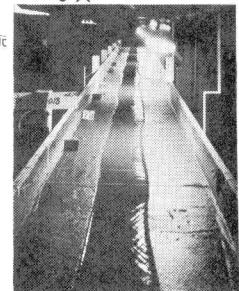


写真 2 通水後20分

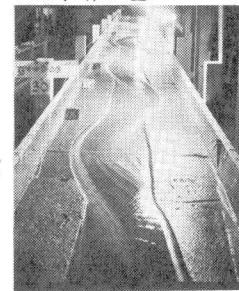


写真 3 通水後30分

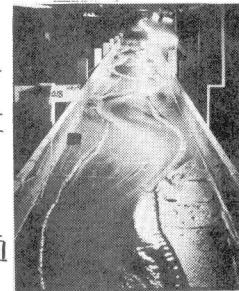


写真 4 通水後40分

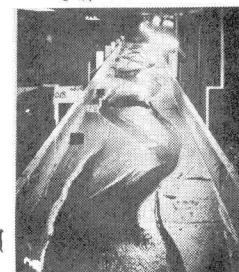


写真 5 停水

ただし、 R : 砂粒子が受ける力の合力、 R_T : 流下方向の流体抵抗と圧力こう配による抵抗の和、 W : 砂粒子の水中重量、 φ : 砂の水中マサツ角。側面上の単位面積内全体の砂粒子に働く力はしたがって、

$$R_s = \frac{\gamma}{\alpha_1 \pi d^2} \left[\left(R_T^2 + (W \cdot \sin \theta)^2 \right)^{\frac{1}{2}} - W \cdot \cos \theta \cdot \tan \varphi \right] \quad (6)$$

ここに、 α_1 : 砂粒子の面積係数、 d : 粒径、 γ : 単位面積あたりの有効面積。いま

$$R_T = \frac{1}{2} \cdot F \cdot U_{kh}^2 \cdot \alpha_1 \pi d^2 \quad (7), \quad W = (\rho_s - \rho) \cdot g \cdot \alpha_2 \pi d^3 \quad (8)$$

とおけば、(7)、(8)式を(6)式に代入して

$$R_s = \rho \cdot \gamma \cdot \left[\left(\frac{1}{2} F \cdot U_{kh}^2 \right)^2 + \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right) \cdot g \cdot d \cdot \sin \theta \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right) \cdot g \cdot d \cdot \cos \theta \cdot \tan \varphi \quad (6)$$

ただし、 $U_{kh} = \sqrt{g h I}$ 、 $F = \frac{U_{kh}^2 \cdot d}{\gamma}$ のみの関数⁵⁾、 α_2 : 砂粒子の体積係数、 ρ : 流水の密度、 ρ_s : 砂粒子の密度、 I : 木路こう配、 g : 重力加速度。側面の単位面積に対して(6)式の力を単位時間受けるときに、体積 δV の砂粒子が沈降速度の β 倍の速度で動き出すものとすれば、

$$1 \times R_s = \beta \cdot \rho_s' \cdot \beta \cdot w_0 \quad (9)$$

ただし、 $w_0 = \left[\frac{4}{3} \cdot \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right) \cdot \frac{g}{C_D} \cdot d \right]^{\frac{1}{2}}$ 、 ρ_s' : 砂粒子の見かけ質量、 C_D : 抵抗係数、 $\rho_s' = \frac{3}{2} \rho_s$ として(9)式に(6)式を代入し、 β について整理すると、

$$\beta = \frac{\sqrt{3} \gamma}{3 \beta} C_D^{\frac{1}{2}} \left\{ \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right) \cdot g \cdot d \right\}^{\frac{1}{2}} \frac{F}{\rho_s} \cdot \left[\left(\frac{1}{2} F \cdot U_{kh}^2 \right)^2 + \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \sin \theta \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot \cos \theta \cdot \tan \varphi \quad (10)$$

ただし、 $U_{kh} = \frac{U_{kh}^2 \cdot d}{(\rho_s/\rho - 1) g d}$ 。もし、砂粒子が限界掃流状態にあれば、 $R_s = 0$ 、このときの β の値は、(6)式より、 $F_c = \frac{\sqrt{2} (\rho_s/\rho - 1) d}{3 H_c I} \sqrt{\cos 2\theta}$

ただし、 H_c : 限界掃流時の水深。水深があまり大きくなく $\frac{U_{kh}^2 \cdot d}{\gamma}$ の値が大きく変化しない場合には F を一定とみなして F_c をもって代表させることができるので、 $\tan \varphi = 1$ として、(10)式に(11)式を代入整理すれば

$$\beta = \frac{\sqrt{3} \gamma}{3 \beta} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} C_D^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right) \cdot g \cdot d^{\frac{1}{2}} \frac{F}{\rho_s} \cdot \left[\left(\left(\frac{(\rho_s/\rho - 1) d}{H_c I} \sqrt{\cos 2\theta} \cdot U_{kh} \right)^2 + \sin^2 \theta \right)^{\frac{1}{2}} - \cos \theta \right] \quad (10')$$

これを(2)式に代入すると、

$$8A = \frac{\sqrt{3} \gamma}{3 \beta} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} C_D^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right) \cdot g \cdot d^{\frac{1}{2}} \frac{F}{\rho_s} \int_{H_c}^H \left[\left(\frac{h^2}{H_c^2} (\cot^2 \theta - 1) + 1 \right)^{\frac{1}{2}} - \cot \theta \right] dh \quad (11)$$

さらに、 θ を平均的な値で代表させて $\theta = 30^\circ$ とすれば(11)式の積分は簡単になって、

$$8A = K_1 \cdot \{ \bar{A}(H) - \bar{A}(H_c) \} \quad (12)$$

ただし、 $K_1 = \frac{\sqrt{6} \gamma}{6 g H_c} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} C_D^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right) \cdot g \cdot d^{\frac{1}{2}} \frac{F}{\rho_s}$ 、 $\bar{A}(H) = H \cdot \sqrt{H^2 + H_c^2/2} + \frac{H_c^2}{2} \log(H + \sqrt{H^2 + H_c^2/2}) - \sqrt{6} H_c \cdot H$ (12)式と(3)式から、

$$V_{st} = \frac{K_1}{H_s \cdot (1-\lambda)} \{ \bar{A}(H) - \bar{A}(H_c) \} = K_2 \{ \bar{A}(H) - \bar{A}(H_c) \} \quad (13)$$

ただし、 $K_2 = \frac{K_1}{H_s \cdot (1-\lambda)}$

(13)式を代入した(5)式は一般には求められないで、短い時間 Δt の間は、 V_{st} はあまり変化しないものと考えて次の式でくり返し計算をする。

$$\left. \begin{aligned} V_{st,i} &= K_2 \{ \bar{A}(H_i) - \bar{A}(H_c) \} \\ \Delta B_{i+1} &= 2 V_{st,i} \cdot \Delta t \\ B_{i+1} &= B_i + \Delta B_i \\ H_{i+1} &= \frac{\text{Area}}{B_{i+1}} \\ t=0 \text{ において } H &= H_0 \quad B = B_0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

3-4. 実験値で決められた K_2 を用い、(14)式によって幅Bを計算したもののうち、 $I = 1/75$, $Q = 0.12 \text{ l/s}$, $I = 1/75$, $Q = 0.14 \text{ l/s}$ および、 $I = 1/100$, $Q = 0.22 \text{ l/s}$, $I = 1/100$, $Q = 0.20 \text{ l/s}$ の場合が、fig.7 ~ fig.10に示される。 H_c の決定には岩垣の限界掃流力の式を用いた。 $I = 1/75$ のとき、 $H_c = 0.228 \text{ cm}$, $I = 1/100$ のとき、 $H_c = 0.301 \text{ cm}$ である。 Δt は100秒とした。

係数 K_2 は、各ケースによって H_c 値が変化するから、実験的に求めた K_2 に H_c を乗じてみたが右お定数とはならない。しかし、実測の $\frac{\sqrt{gH_c}}{I}$ に、対して $K_2 \cdot H_c$ をプロットすると fig.11 のような直線関係が得られる。このことは、種々の仮定、とくに、 F を F_c に等しいとしたことの影響が大きいと思われるが、一応このモデルの有意性を示すものと考える。

4. まとめ

- 1) 自然河川の蛇曲河道に認められる、振幅と谷こう配の関係が、実験的に検証された。即ち、水路こう配（谷こう配に相当すると考えられる）が大なるほど振幅は大となる。
- 2) 振幅 $W (\text{cm})$ と流量 $Q (\text{l/s})$ との関係は、実験的に $W = C Q^n$ にてあらわされ、本実験においては、 C は 48~114, n は 0.4~1.2 の間の値をとっている。
- 3) 蛇曲の生成速度をあらわす平均流量の減率は、水路こう配との間に、 $a = -48.8 I^{2.38}$ なる関係をもっている。
- 4) 流路蛇行が発生する前の直線水路の側面浸食の機構に関して次元解析的モデルを考え、実験値に合わせた。このときに実験係数は定数とならないが、各流れの流体抵抗係数と関係があることを確かめた。（本実験においては、実験中砂の補給は行なわなかった。）

本論文を作製するにあたり、計算と図面がきに、成田佳則技術員と院生の沖垣紘君にお世話をなったことを附記して両君に感謝する。

本実験の一部は文部省科学研究費（特定研究（選奨）代表：木戸義掌、代表：岸）によるものである。

参考文献

- 1) 山岡・長谷川・井上：石狩川における蛇行振幅の特性について、土木学会第22回年次講演会概要、昭和42年5月
- 2) 山岡・長谷川・工藤：河道蛇曲と水理量との関係、石狩川の流出解析と流砂に関する研究、北日本I-H-D研究グループ（代表：岸）昭和43年3月
- 3) 井口昌平・鮎川登：移動床形態の区分とくに砂礫堆の形成限界について 第11回水理講演会講演集、1967年2月
- 4) 石原藤次郎・本間仁編：応用水理学中Ⅰ、2・1・8 流路の変動と洗掘、丸善
- 5) 岩垣雄一：限界掃流力の流体力学的研究、土木学会論文集第41号 昭和31年12月

