Ⅱ－102　　多孔媒体中の分散係数について

東京工大　正員　吉川秀夫
東大　工　正員　広沢佑晴
東大大学院　学生員　○池田駿介

二次元の問題への適用を図るためにまず、流れの方向への分散定数を定常流の場合と非定常流の場合について実験的に求める。一般に知られている如く、媒体中の一様な流れの場においては次の拡散方程式が成り立つ。Cを濃度，u_mを流れの速度とすれば，

$$\frac{\partial C}{\partial t}+u_m\frac{\partial C}{\partial x}=D_{xx}\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \tag{1}$$

初期には$x<0$の部分が濃度C_0の溶液でみたされ，$t=0$より境界面が進行を始めるという条件下では式(1)は次のような解を持つ。

$$\frac{C}{C_0}=\frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}\frac{x-u_m t}{2\sqrt{D_{xx}t}} \tag{2}$$

式(2)から分散係数D_{xx}を求める場合には先述の境界条件及び初期条件を満たすことが必要であるが，これが満たされない場合には次にのべる方法でD_{xx}を求める事ができる。比濃度が0.5となる境界面を中心とする移動座標系，$\xi=x-u_m t$を考えると式(1)は次式の如くに変形できる。

$$\frac{\partial C}{\partial t}=D_{xx}\frac{\partial^2 C}{\partial \xi^2} \tag{3}$$

両辺にξ^2を乗じ，ξに関して$-\infty$から$+\infty$まで積分すれば，

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial C}{\partial t}\xi^2 d\xi=D_{xx}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial^2 C}{\partial \xi^2}\xi^2 d\xi \tag{4}$$

右辺を二度部分積分し，その際$\lim_{\xi\to\pm\infty}C=0$を考慮すれば，$\frac{d}{dt}\int_{-\infty}^{\infty}C\xi^2 d\xi=2D_{xx}\int_{-\infty}^{\infty}C\,d\xi$を得る。この右辺は一定であるからこれは次の形に書くことができる。

$$D_{xx}=\frac{1}{2}\frac{\Delta\sigma_\xi^2}{\Delta t} \tag{5}$$

ここに，$\sigma_\xi^2=\frac{\int_{-\infty}^{\infty}C\xi^2 d\xi}{\int_{-\infty}^{\infty}C\,d\xi}$で，$\sigma_\xi^2$は移動座標系$\xi$に関する濃度分布の分散を示す。これを$D_{xx}=u_m D_1$の関係を用いて書き直せば，

$$D_1=\frac{1}{2}\frac{\Delta\sigma_\xi^2}{\Delta L} \tag{6}$$

を得ることができる。ここにD_1は分散定数である。

定常流分散の実験は図－1に示す装置で濃度変化を測定した。媒体は$d_{50}=2.2$ mmの砂を用いた。$\Delta L=80$ cm，$D=19.8$ cm，プローブは直径5 mmで先端にϕ0.5 mmの白金ブラック処理をした白金線を埋めこんである。最初水を満たしておき，その後原溶液である$C_0=2/1000$の食塩水を通水し，境界面が原点を通過した時測定を開始する。原点から最初のプローブまでが45 cm，後は

15cmおきにプローブを配置してある。この実験については塩水を円筒の上部から通水する場合と，下部から通水する場合の両方について行った。

非定常流の場合の実験装置を図－2に示す。媒体は先の定常流の場合と同一のものであり，砂の詰まっている円筒の内径19.8cm，砂層の長さ70cmである。溶液は$C_0 = 2/1000$の食塩水を用い，Visual tracerとして過マンガン酸カリウムで薄く着色した。淡水を円筒に入れ，シリンダー上部をゴム栓でしめる。その後バルブを開いて塩水を徐々に円筒の中程まで入れ，同時に塩水と淡水の水頭を等しくしておく。次に急激に水頭差Δh_0をつけ，塩水と淡水の水槽はそのままの位置で放置し，水頭差Δh_0を変水頭の方法で$\Delta h / \Delta h_0 = e^{-\alpha t}$の形で変化させる。水頭差がほぼ0となるのを待ち，今度は逆の水頭差をつける。同様な操作を何度も繰返して非定常流を得た。濃度分布を知るには，両水面の水頭が等しくなったところで注射針から約10ccの溶液を抜きとり，硝酸銀滴定法を用いて濃度を場所的な分布として求めた。この場合には分散定数は式(6)を用いて求めた。

以上のようにして求めた分散定数に流速u_mを乗じて分散係数を求め，これを平均流速について整理した。定常流の分散については昨年度の年次講演会講演集II－181に記載されている結果を比較のために示しておいた。この図からは塩水を上部から入れた場合と，下部から入れた場合の分散定数の間には有意な差は認められない。即ち，溶液の濃度が小さいならば重力は分散定数に影響を及ぼさない。又非定常な流れであっても平均流速で分散定数を整理してやれば，分散定数は定常流の場合と変わらないことがわかる。透水係数は一般にRe数4付近で変化するといわれているがこの実験では最大のRe数が約5であり，透水係数と同様に分散定数も4付近で変化するかどうかは判明しなかった。

図-1 定常流の場合の装置

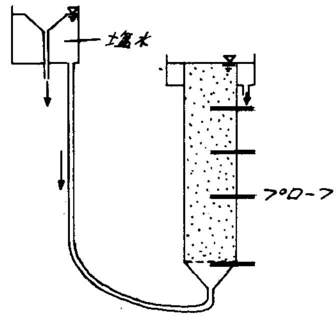
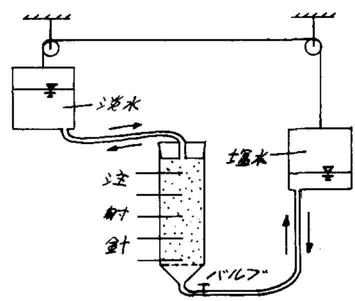


図-2 非定常流の場合



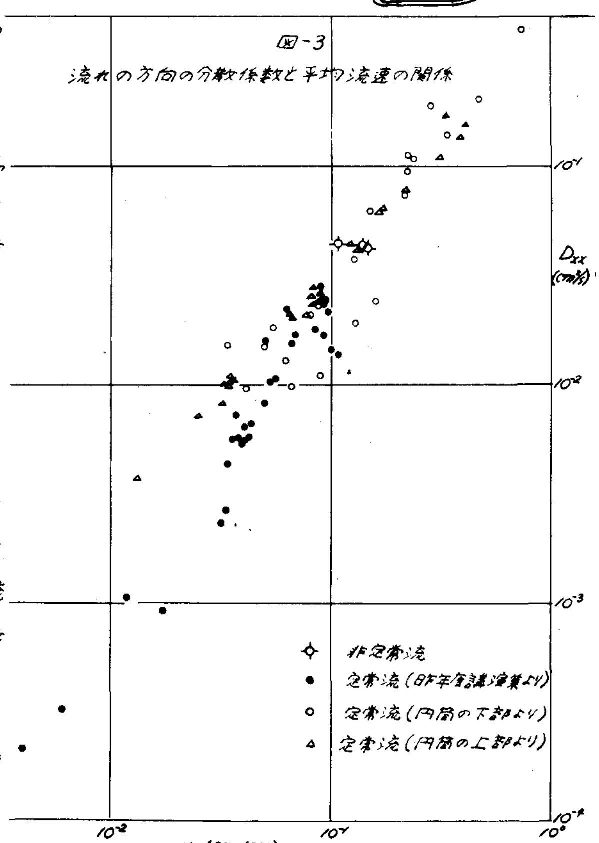


図-3
流れの方向の分散係数と平均流速の関係