

大阪大学工学部 ○正員 村岡浩爾

同 大学院 学生員 清水 洋

1. 序: 自由噴流のごとき self-preserving flow の拡散問題は G.K. Batchelor の相似理論 (1957) があるが、現象を一次元化したこの理論は実用的には利用しがたい面がある。しかし、この拡散現象の理論解明はかなり困難なことから、今後も実験的に現象を把握する必要がある。たとえば、図-1 のような二次元上向き自由噴流で water-curtain を作るとき、問題となるのは流速分布特性と並んで水質の混合が考えられよう。この場合、具体的な工学問題としては噴流を挟む片側水域からの連行流が他水域へ移行する輸送量の算定が必要で、これを基礎的実験事実を基にして推定する方法がここで述べられている。

2. 拡散現象の実験的事実: 筆者らは図-1 の source S_0, S_1, S_2 から粒子 tracer を注入し、噴流内の目盛尺 $M_1, M_2, \dots, M_6$ で観測した拡散特性に関して次のような結果を得ている。

(i) source の位置にかかわらず各目盛尺で観測される tracer の分布形はほぼ正規分布とみなせ、流れのせん断効果は顕著でない。

(ii) S_1 のように連行流の拡散に関し、各目盛尺の分布の平均値をつなぐ線は S_0 を通る連行流の平均流の流線に近似される。

(iii) 図-2 に示すごとく、各分布の標準偏差 $\sqrt{(Y-\bar{Y})^2}$ は、source の位置にあまり関係せず、拡散距離の X 成分 X のみに関係し、X の小さい部分を除いてほぼ直線的に増加する。これは Batchelor の理論における $\sqrt{Y^2} \propto X$ と一致するものである。

3. 移行輸送量の算定式: 上記の (i) (ii) (iii) を参考とし、図-3 に示すような有限孔二次元噴流の連行流の移行輸送を考える。簡単のため、平均流は Albertson 理論を適用すると、流れの関数 Ψ 、平均流速 U, V は

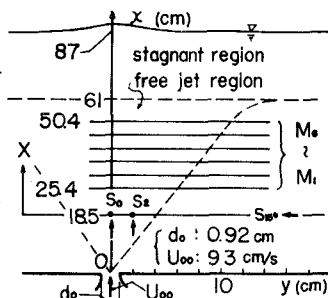


図-1 拡散実験説明図

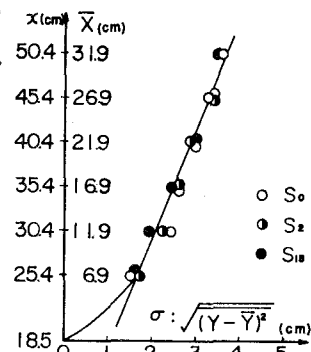
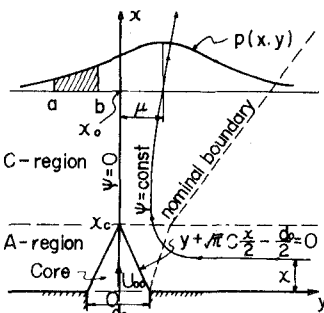
図-2 σ の分布図

図-3 概要図

$$\begin{aligned}
 & \text{(core内)} \quad \Psi = U_{00} y, \quad \text{for } y + \sqrt{\pi C} \frac{X - \frac{d_0}{2}}{2} \leq 0 \\
 & \text{(A-領域)} \quad \Psi = U_{00} \sqrt{2 C X} \operatorname{erf} \left(\frac{y + \sqrt{\pi C} \frac{X - \frac{d_0}{2}}{2}}{\sqrt{2 C X}} \right) \\
 & \quad + U_{00} \frac{d_0}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{\pi C X}}{d_0} \right), \quad \text{for } 0 \leq X \leq \frac{d_0}{\sqrt{\pi C}} \\
 & \text{(C-領域)} \quad \Psi = U_{00} \frac{\sqrt{d_0}}{\sqrt{\pi C}} \sqrt{2 X} \cdot C \operatorname{erf} \left(\frac{y}{\sqrt{2 C X}} \right), \quad \text{for } X \geq \frac{d_0}{\sqrt{\pi C}} \\
 & \text{(core内)} \quad U = U_{00}, \\
 & \text{(A-領域)} \quad U = U_{00} \cdot \exp \left\{ - \frac{(y + \sqrt{\pi C} \frac{X - \frac{d_0}{2}}{2})^2}{2 C^2 X^2} \right\}, \\
 & \text{(C-領域)} \quad U = U_{00} \cdot \frac{\sqrt{d_0}}{\sqrt{\pi C}} \sqrt{\frac{d_0}{2 X}} \cdot \exp \left\{ - \frac{y^2}{2 C X^2} \right\}, \\
 & \text{(core内)} \quad V = 0, \\
 & \text{(A-領域)} \quad V = - U_{00} \frac{y - \frac{d_0}{2}}{X} \exp \left\{ - \frac{(y + \sqrt{\pi C} \frac{X - \frac{d_0}{2}}{2})^2}{2 C^2 X^2} \right\} \\
 & \quad + U_{00} \sqrt{2 C} \operatorname{erf} \left(\frac{y + \sqrt{\pi C} \frac{X - \frac{d_0}{2}}{2}}{\sqrt{2 C X}} \right) - U_{00} \frac{\sqrt{\pi C}}{2}, \\
 & \text{(C-領域)} \quad V = - U_{00} \frac{\sqrt{d_0}}{\sqrt{\pi C}} \cdot \frac{C}{\sqrt{2 X}} \operatorname{erf} \left(\frac{y}{\sqrt{2 C X}} \right)
 \end{aligned}$$

$$-\Gamma_0 \sqrt{\frac{d_0}{\pi C}} \cdot \frac{y}{x^2} \exp\left\{-\frac{y^2}{2Cx}\right\}, \quad \left. \vphantom{\frac{y}{x^2}} \right\}$$

ここに C は Albertson 係数である。特に $y \rightarrow \infty$ の V の値 V_0 は (3) 式より

$$\left. \begin{aligned} (A\text{-領域}) \quad V_0 &= -\Gamma_0 \sqrt{\frac{d_0}{\pi C}} (\sqrt{2}-1), \\ (C\text{-領域}) \quad V_0 &= -\Gamma_0 \sqrt{\frac{d_0}{\pi C}} \cdot \frac{\sqrt{\pi C}}{2\sqrt{2}x}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

図-3 に示すように $y \rightarrow \infty$, $x = x_0$ の一本の連行流線を考え、これが拡散によって $x = x_0$ で $P(x, y)$ なる分布をするものとする。 $P(x, y)$ は平均値 μ , 標準偏差 σ の正規分布をあると考え、

$$P(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \exp\left\{-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}, \quad (5)$$

したがって、 μ, σ (共に $x_0 - x = x$ の関数) が既知であると、 x と $(x+dx)$ を通る連行流線間を流れる連行流量が $x = x_0$ の (a, b) 間を流れる確率を計算することができる。特に、 $a \rightarrow -\infty, b = 0$ とし、 $x = x_0$ の流線上の流量が $(-\infty, 0)$ 間を通過する確率を $Y(x)$, $x = 0, x = x_0$ 間の連行流量が $(-\infty, 0)$ 間を通過する確率を $R(x)$ とすると、

$$Y(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \operatorname{erf}\left(\frac{\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right), \quad (6)$$

$$R(x) = \frac{\frac{1}{2}(\sqrt{2}-1) \int_{-\infty}^{x_0} \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \operatorname{erf}\left(\frac{\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right\} dx + \frac{1}{2\sqrt{2}\sqrt{\pi C}} \int_{x_0}^x \frac{1}{\sqrt{x}} \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \operatorname{erf}\left(\frac{\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right\} dx}{\frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{2}-1)x_0 + \sqrt{\frac{d_0}{\pi C}} \cdot \sqrt{\frac{d_0}{2}}(\sqrt{x} - \sqrt{x_0})}, \quad (7)$$

ここで、 μ は (7) 式右辺分子の第一項および第二項に対し、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{erf}\left(\frac{\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) &= \frac{\pi^{3/4} C}{2} \cdot \frac{x}{\sqrt{d_0 x_0}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \frac{\pi^{3/4}}{2\sqrt{2} C} \sqrt{\frac{d_0}{x_0}}, \quad \text{for } 0 < x < x_0 \\ \operatorname{erf}\left(\frac{\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) &= \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{d_0}{x_0}}, \quad \text{for } x > x_0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

これは説明図図-4 を参照し、 $a = a' U_0 t_x$, $b = b' U_0 t_x$ (U_0 : 噴流軸上流速, t_x : 寿命時間) と考え、 $t_x = 1 \text{ sec}$ として a', b' および直線の勾配 m を図-2 の実験結果から決定すると $a' = 1/4$, $b' = -1/2$, $m = 17$ となり

$$(直線部) \quad x_0 - x = 17(a' - 0.5)(U_0 \cdot 1), \quad (曲線部) \quad x_0 - x = \frac{2.910}{(C \cdot 1)^2} \cdot 10^3 \quad (9)$$

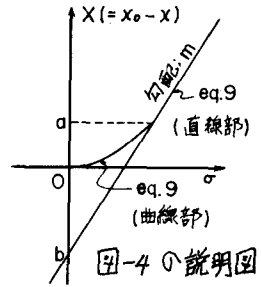
(9) 式は source がいずれの位置にあっても成立すると仮定し、 $(x_0 - x)$ が a より大きい小さいかによって (9) 式を使いわけて σ が求められる。 μ は (2) 式より求められる。

4. 結果と検討: $x_0 = 20 d_0$, $d_0 = 4 \text{ cm}$, $U_0 = 60 \text{ cm/s}$, $C = 0.109$ として (6), (7) を計算したのが図-5, 図-6 である。また同条件での既往の実験値²⁾を図-5 に plot したところ、理論値はかなり小さくなった。ただし、理論値においては無限域噴流 $x = x_0$ 位置の負領域に移行する確率であり、実験では $x = x_0$ が水面となる有限域噴流の移行確率であり、理論では水面による stagnation 効果に考慮を払っていない。

以上の考察は噴流の微視的乱流構造に直接ふれず、(i) (ii) (iii) の実験的事実を重視したかなり大胆な仮定に基づくものである。特に、(9) 式の σ は噴流場の条件、source の位置に大きく影響するものであるにも拘らず、単なる一例の実験結果から σ の値を相定するのは危険であり、かつ図-5 の理論、実験の不一致の原因となっている。したがって、今後は σ をあらゆる噴流状態について調べる必要がある。終りに当って本実験と理論考察に有益な検討を加えて頂いた室田明教授に感謝の意を表したい。

参考文献 1) 村岡「自由噴流における拡散現象について (Batchelor の相似理論と問題点)」関西支部講演会略 43-5

2) 村岡他「鉛直上向き噴流による water curtain の基礎的研究 (オー報)」年次講演会略 42-5



$\left\{ \begin{aligned} x_0/d_0: 20 \\ d_0: 4 \text{ cm} \\ U_0: 60 \text{ cm/s} \\ C: 0.109 \end{aligned} \right.$

