

## 台形断面水路の跳水について

日大理工 正員 栗津清蔵  
日大理工 正員 大津岩夫

台形断面水路の跳水に関する実験的研究について  
は、現在までに二、三の報告がなされたにすぎず、  
しかも資料の解析方法等に検討の余地がある。この  
報告は一様な台形断面水平開水路の跳水における共  
役水深と跳水によるエネルギー損失に関する理論式  
の実験による検証、ならびに跳水の長さについての  
実験式の提案を行なったものである。

## 1. 実験装置と方法

図-1に示す水路にゲートの開きと下流側セキ板とを  
調整して跳水を起こす。m及びその効果を調べるために、  
表-1のように4通りの断面形状でのh<sub>1</sub>, h<sub>2</sub>, L<sub>j</sub>  
, Q, の測定を行なった。m=1/2の水路は鋼製、m  
=2/3の水路は木製で、両水路ともn=0.011であった。  
台形水路における跳水は、流れが鉛直方向と横方  
向とに広がらねばならぬ、この実験の範囲では、  
跳水は図-2のようなtypeを示した。L<sub>j</sub>を決定する  
場合の跳水の終点を表面渦の影響がほとんど消えた  
点と定義し(図-1, 2), h<sub>2</sub>の測定は跳水の終点で行な  
った。また、ほとんどの跳水はvena-contractaの直下  
流のところから起した。

## 2. 共役水深と跳水によるエネルギー損失

跳水部を検査面に選び、運動量方程式を適用する

$$(A\phi)_{1} - (A\phi)_{2} = \frac{Q^2}{g} \frac{A_1 - A_2}{A_1 A_2} \quad (1)$$

(1)式を導く際に導入した諸仮定は、(a)水路は水平で  
一様な断面形状、(b)定流、(c)跳水前後で静水圧分布  
をする、(d)  $\beta_1 = \beta_2 = 1$ 、(e)跳水部の壁面抵抗は無視  
する、(f)乱流の平均流のN.S.の運動方程式を検査面  
内の流体について積分すると運動量方程式が得られ  
るが、それにともない生ずる見掛けの応力(Reynol  
ds応力に相当)は無視する。

台形断面の場合(1)式は次のような無次元運動量方  
程式となる。

$$\frac{2}{3} \delta_i^2 X_1^4 + \left( \frac{5}{3} \delta_i + \frac{2}{3} \delta_i^2 \right) X_1^3 + \left( 1 + \frac{5}{3} \delta_i + \frac{2}{3} \delta_i^2 \right) X_1^2 + \left\{ \left( 1 + \frac{2}{3} \delta_i \right) - 2 F_i^2 \frac{(1+\delta_i)^2 \delta_i}{1+2\delta_i} \right\} X_1 - 2 F_i^2 \frac{(1+\delta_i)^3}{1+2\delta_i} = 0$$

但し

$$F_i = \frac{V_i}{\sqrt{g D_i}} = \sqrt{\frac{Q^2 (1+2\delta_i)}{g \delta_i^2 h_i^3 (1+\delta_i)^3}}, \quad X_1 = \frac{h_2}{h_1}$$

$$\delta_i = \frac{m h_1}{F_i}, \quad m = \frac{m_1 + m_2}{2}$$

長方形断面の場合(2)式で  $\delta_i = 0$  とき

$$X_1 = \frac{1}{2} (\sqrt{8 F_i^2 + 1} - 1), \quad F_i = \sqrt{\frac{Q^2}{g h_i^3}} \quad (3)$$

三角形断面の場合は(1)式より

$$X_1^4 + X_1^3 + X_1^2 - \frac{3}{2} F_i^2 X_1 - \frac{3}{2} F_i^2 = 0 \quad (4)$$

但し  $F_i = \frac{V_i}{\sqrt{g D_i}} = \frac{\sqrt{2} Q}{m h_i^2 \sqrt{g h_i}}$ ,  $m = \frac{m_1 + m_2}{2}$

跳水による相対エネルギー損失  $\frac{H_L}{H_1}$  は  
$$\frac{H_L}{H_1} = \frac{H_1 - H_2}{H_1} = \frac{(h_1 + \frac{2\delta_i^2}{3}) - (h_2 + \frac{2\delta_i^2}{3})}{h_1 + \frac{2\delta_i^2}{3}} \quad (5)$$

( $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$  と仮定)

台形断面の場合は

$$\frac{H_L}{H_1} = \frac{2(1-X_1) + \frac{1+5\delta_i}{1+2\delta_i} \left( 1 - \left( \frac{1+5\delta_i}{1+2\delta_i} X_1 \right)^2 \right) F_i^2}{1 + \frac{1+5\delta_i}{1+2\delta_i} F_i^2} \quad (6)$$

長方形断面の場合は(6)式で  $\delta_i = 0$  とき

$$\frac{H_L}{H_1} = \frac{2(1-X_1) + (1-\frac{1}{F_i}) F_i^2}{2 + F_i^2} \quad (7)$$

三角形断面の場合は(5)式より

$$\frac{H_L}{H_1} = \frac{4(1-X_1) + (1-\frac{1}{F_i}) F_i^2}{4 + F_i^2} \quad (8)$$

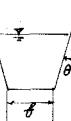
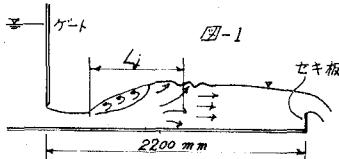


図-2

$$m = \tan \theta$$

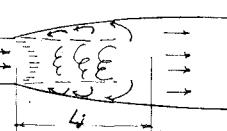


表-1		
$\frac{1}{2}$	8.0	11.5
$\frac{2}{3}$	11.6	15.3

台形断面水路の跳水の平面図

(矢印は表面流の方向を示す)

(2) 式において  $F$ ,  $\delta_1$  が与えられたときの解  $X_1$  を得るため、(2) 式を電子計算機で解き、数表を作成し(2), (6) 式の理論曲線を描き、それと実験値とを比較すると、それが図-3, 4 のようになる。これから理論値と実験値とが一致していることがわかる。

### 3. 跳水の長さ

一様な台形断面水平開水路の跳水の長さは、次のような複数個の関係で示されるであろう。

$$f(L_i, h_1, h_2, m, f, Q, g) = 0 \quad (9)$$

次元解析により得られる多くの独立な無次元量の組合せのうちで次の表示を考える。

$$f\left(\frac{L_i}{H_L}, \delta_1, m, F\right) = 0 \quad (10)$$

(10) 式に対して実験結果をプロットすると図-5 のようになり、この実験の範囲では  $m$ ,  $\delta_1$  にかかわらず次式で資料を整理すればよく表わされることがわかる。

$$f\left(\frac{L_i}{H_L}, (F-1)\right) = 0 \quad (11)$$

実験式で示すと

$$\frac{L_i}{H_L} = 30.9(F-1)^{-1.27} \quad 3.5 \leq F \leq 9.5, 0.052 \leq \delta_1 \leq 0.14, m \leq \frac{2}{3}$$

次に(11)式における無次元量の物理的意味について考える。跳水の長さを跳水によるエネルギー損失が完了するまでの長さと解釈すると、無次元量  $\frac{L_i}{H_L}$  の意味が理解される。また跳水の長さは射流の強さ、すなはち  $F$  により大きく影響をうけることから、無次元量  $F$  の意味も理解される。模型と原型との相似性については、 $F$  が模型と原型とで等しいことが開水路流れの力学的相似の条件であり、 $H_L$  に関する理論式と実験値とが一致していることから、(11)式により実際の現象をある程度説明できるものと思われる。しかししながら、より広い範囲の実験がさらに必要と思われ、跳水部の渦についても今後の研究が必要であろう。

(記号)  $h$ : 水深,  $V$ : 平均速度,  $A$ : 流積,  $Q$ : 流量,  $T$ : 水面幅,  $h_1$ : 水面から凹心までの水深,  $\beta$ : 運動量の補正係数,  $a$ : 運動エネルギーの補正係数,  $f$ : フルード数,  $L_i$ : 跳水の長さ,  $D = \frac{A}{\beta^2}$ ,  $H = a \frac{V^2}{g} + h$ ,  $X_1 = \frac{L_i}{H_L}$ ,  $\delta_1 = \frac{m \beta h}{g}$ ,  $m = \frac{m_L + m_r}{2}$

Suffix 1: 跳水する直前の諸量, Suffix 2: 跳水した直後の諸量,  $m_L = \tan \theta_L$ ,  $m_r = \tan \theta_r$

(文献) (1) Posey, C.J., Hsing, P.S. Hydraulic Jump in Trapezoidal Channels (News Record 1938 Dec.)  
(2) Sandover, J.A., Holmes, P. The Hydraulic Jump in Trapezoidal Channels (Water Power 1962 Nov.)