

京都大学工学部 正員 高橋琢馬

京都大学大学院 学生員 〇瀬田邦雄

建設省中部地建 正員 入江洋樹

1. まえがき 本研究は、ダムによる洪水制御過程の Dynamic Programming (略して DP) による定式化と、河道配列による出水理論を応用した洪水予測法とを結びつけることにより、時々刻々の降雨情報の増加に応じた最適洪水制御方式、すなわち洪水流出の適応制御方式の確立を試みたものである。

2. 洪水制御過程の DP による定式化 今日の洪水制御方式はダムによる(まづまづであり、また、どのような洪水にも対処し得るという一般性、およびそれが最適であるという科学的裏づけに欠けている。そこでわれわれは、制御過程をつくるうえで最も一般的な数学的手法である DP の理論によって最適洪水制御方式の定式化を行ない、一般的な洪水制御方式の確立を試みるわけであるが、ここでは、基本的な単ダムに対するものについて略述しておく。

数値計算を容易にするために、ダムの貯水量 S (状態変数)、ダムへの流入量 I (制御対象)、ダムからの放流量 Q (決定変数) をそれぞれ離散的に扱えば、洪水制御系はつぎのような階差方程式で表現できる。

$$S(t+1) = S(t) + I(t) - Q(t) \quad (t=1, 2, \dots, T) \quad (1)$$

ここに、 t は操作期間を T の等時間区間に分割したときの第 t 番

目の期間を意味し、 $S(t)$ は第 t 期間の期首の貯水量、 $I(t)$ 、 $Q(t)$ はそれぞれ第 t 期間中の流入量および放流量を表わす(図-1 参照)。なお、操作期間は流入ハイドログラフが、ある基準流量 R とえば無官流量) を越えたときから、ふたたびその値になるまでをとれば十分であると考えられる。ところで、制御過程をつくるには、その評価を決定する最適基準が必要である。この基準として、ダムからの放流量による下流防御区域の被害総計を最小とする基準を与えようが自然であろう。すると、ダムによる洪水制御過程は次式 $R = \min_{Q(t)} \sum_{t=1}^T D(Q(t))$ (2) の決定変数列 $Q(t)$ を求める問題となる。ここに、 D はダム下流評価地点における評価(被害)関数であって、流量の大きさのみの関数と仮定している。つぎに、この洪水制御過程を DP によって定式化しよう。

洪水制御の最終的な貯水量 $S(T+1)$ を、たとえば洪水期制限水位に相当する貯水量 C とすることにすれば、制御最終期間 T での放流量は(1)式から $Q(T) = S(T) + I(T) - C$ となるから、期間 T での被害 $f_T(S)$ は

$$f_T(S) = D(S(T) + I(T) - C) \quad (3)$$

となる。このように、制御最終時での状態を、まず規定し、以後時間軸と反対方向に計算を進めていくわけであるが、その一般式はつぎのような再帰的な関数方程式で表わされる。

$$f_t(S) = \min_{0 \leq Q \leq V} [D(Q(t)) + f_{t+1}(S(t) + I(t) - Q(t))] \quad (4)$$

ここに、 $f_t(S)$ は期間 T から任意の期間 t までの被害総計の最小値であり、 V はダムの有効貯水容量である。この(3)、(4)式は一評価地点、単ダムによる洪水制御過程の DP による定式化であって、流入支川の効果、重要度の異なる複数の評価地点、およびダム群相互の関連を考慮する一般的な洪水制御系

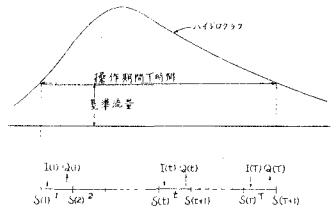


図-1

への拡張の基本となるものである。この一般的な洪水制御系に対する定式化については割愛したい。

3. 河道配列による出水理論 この理論は、流域地形の出水過程に及ぼす効果の重大さに着目し、流域地形の諸特性を量的に把握・表現した Horton らの計量地形学の成果と、河道網分布状況に関する統計的、確率論的な解析により得られた河道分布則を基礎として、流域の体系的なモデル化を行ない、群ピークの伝達過程を力学的、確率論的に取扱うことにより、対象地点のピーク流量およびその生起時刻の期待値の算定式を提案するものである。ここでは、後で用いる結果的なことだけを述べておくことにする（詳細は別項「河道分布系における洪水ピーク流下過程」を参照されたい）。

a. ピーク流量の期待値；河道位数によって lumping され、各位数の平均的な地形特性を与えられたモデルに対して、対象地点（位数 k ）におけるピーク流量の期待値は $E(\delta_{pk}) = \prod_{u=1}^{k-1} u_u (2 + \beta_u \rho_u) \bar{\delta}_{p1}$ (5) で与えられる。ここに、 u_u , β_u は流域地形特性により決まる係数、 ρ_u は相隣り合、 $\bar{\delta}_{p1}$ は流入ピークの平均的な合致率であり、 $\bar{\delta}_{p1}$ は単位セル（位数 1 の集水域）からのピーク流量の期待値である。この (5) 式は若干の仮定によって、結局つぎのようになる。 $E(\delta_{pk}) = r_{mpi} \cdot f(k)$ (6)

ここに、 r_{mpi} は平均的な単位セルにおけるピーク到達時間 t_{p1} 内の置換有効降雨 $\bar{I}_e$ の平均強度（図-2 参照）であり、 $f(k)$ は $\bar{\delta}_{p1}$ の合致率 ρ_1 のみの関数である（地形解析により求められる。ところでこの ρ_1 はつぎの関数式 $\rho_1 = \exp(-C r_{mpi}^{-0.4})$ (7) により r_{mpi} からほぼ一義的に定められることが実証されているので、結局、対象地点のピーク流量の期待値は r_{mpi} をえわかれれば求められることになる。

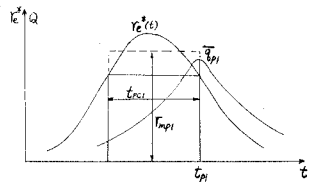


図-2

b. ピーク生起時刻の期待値；対象地点（位数 k ）のピーク生起時刻の期待値は次式で与えられる。 $E(t_{pk}) = t_{p1} + \left(\sum_{u=1}^{k-1} \bar{\zeta}_u \left(\bar{\zeta}_u / \bar{G}_1 \right)^{1/\bar{G}_1} \right) \bar{t}_1$ (8)

ここに、 t_{p1} は平均的な単位セルにおけるピーク生起時刻、 $\bar{\zeta}_u$ は位数 $u+1$ の合流点間ピーク伝達時間の平均値であり、 $\bar{\zeta}_u$, $\bar{G}_1$ は地形解析により数値化できる流域特性値である。たとえば、大野ダムと流域（約 350 km²）では (8) 式はつぎのようになる。 $E(t_{ps}) = t_{p1} + 21.26 \bar{t}_1$ (9)

ところで、この式の $\bar{t}_1$ は r_{mpi} とつぎの関係がある。 $\bar{t}_1 = G_1 \cdot r_{mpi}^{-0.4}$ (10)

ここに、 G_1 は流域特性値であり、例流域では $G_1 = 54.5 \text{ min}^{0.4} \cdot \text{sec}^2$ と推定されている。よって、 r_{mpi} をえわかれれば、(4) 式より対象地点のピーク生起時刻が予測されることになる。

4. ハイドログラフの予測法 前項において、降雨条件によるピーク流量とその生起時刻の予測法を示したが、それはピークのみに関するものであり、先に定式化した洪水制御過程を実際に計算するにはハイドログラフが必要であることはいままでもない。そこでここに、前項の方法を応用して、適応制御を行なうのに適したハイドログラフの予測法を提案しよう。

一般に出水過程はその生起場の特性によって、表面流出領域と中間流出領域に大別され、その間に遷移領域が存在する。この領域の違いはハイドログラフの形状に本質的な差異を生ぜしめるであろう。このことを山手川大野ダムと流域の出水記録について調うべくする。当流域では、前述した r_{mpi} の値が 10 mm/hr 以下が中間流出領域、15 mm/hr 以上が表面流出領域に属することがわかっている。ところで、ハイドログラフの形状の差異を調うるには、縦距をピーク流量 Q_p で除して無次元化したハイドログラフを用いるのが適当と考えられる。このことを各出水記録について行ない、それが図-3, 4, 5 である。これらの図より同一領域においては、ハイドログラフの形状が非常に類似しており、かつ右領域

には明らかな差異があることがわかる。このことは前述の推測の妥当性を裏づけるものであり、また各流出領域のハイドログラフの形状を、その平均値で代表してもよいことを示している。この平均的なハイドログラフは同図中に破線で示したものである。これらのハイドログラフに Q_p を乗ずれば実際のハイドログラフに近いものが得られるわけであるが、前項より Q_p は r_{mpi} のみによって予測できるから、ハイドログラフの適応決定過程は r_{mpi} の適応決定過程ということになる。この r_{mpi} の適応決定過程について説明しよう。

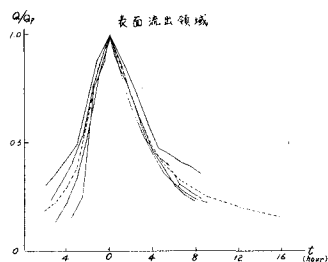


図-3

大野ダム上流では tc_{ci} は平均的に6時間とみなすことができる。すると、図-2を参照すればわかるように、降雨形状が対称であれば降雨ピーク前3時間平均降雨強度の平均強度は r_{mpi} とほぼ等しいとみなすことができる。このことは、実際の r_{mpi} が算定できるまでは、降雨上昇期間の3時間平均降雨強度で r_{mpi} の代用をすればよいということを示唆している。そこで、降雨ピークまでは、刻々の降雨情報の増加に対応する置換有効降雨強度の3時間平均を r_{mpi} の想定値とし、降雨ピークから起るまでの降雨下降期では、上昇期の最後に想定された r_{mpi} を継続させ、時刻 t_i (観測所を設けて測定する)に至り始めて実際の r_{mpi} を算定する。これが r_{mpi} の適応決定過程である。このように刻々変化する r_{mpi} の想定値によって前項の方法でピーク流量とその生起時刻を算定し、これと前述の無次元化された平均的ハイドログラフによって刻々の予測ハイドログラフが決定される。これがいわばハイドログラフの適応決定過程である。

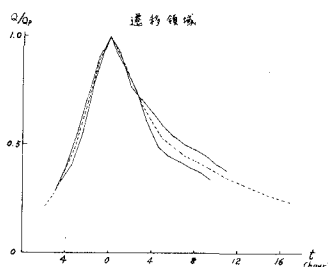


図-4

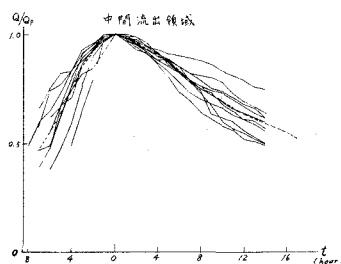


図-5

このような予測法を伊勢湾台風時における大野ダム上流域の出水に適用した例が図-6の①～⑧であり、1時間単位の降雨情報の増加により予測ハイドログラフは大きく変化している。図中、破線(示したものは実際のハイドログラフである。

5. 適応制御の例 つぎに、前述の出水の大野ダムによる適応制御の例を示そう。大野ダムは有効貯水容量 $V=2130$ 万 m^3 の重力式ダムで、放流設備は、放流管ゲート3門、クレストゲート(テンターゲート)3門で、それぞれ $300 \times 3 m^3/sec$, $500 \times 3 m^3/sec$, 計 $2400 m^3/sec$ の放流能力を有している。

さて、図-6において、15時から16時の間ではハイドログラフ①が制御対象と想定されたわけであるから、これに対して先にDPによって定式化した(3), (4)式によって計算を行ない、その期間の放流量を決定する。この決定に対して予測流入量と実際の流入量との差により生ずる状態変数(貯水量)の変化をDP計算の結果から(1)式が満足

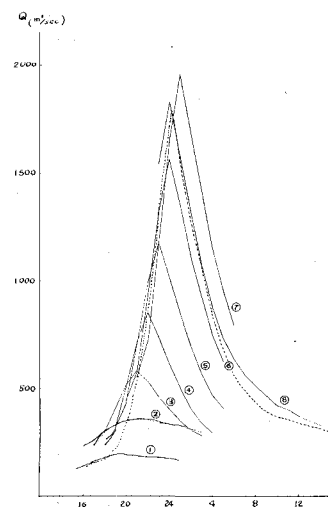


図-6

されるように補正しておく。つぎに16時から17時の間ではハイドログラフ②を制御対象と想定してその期間の放流量を(3), (4)式により決定する。以下同様に貯水量を補正しながらハイドログラフ③から⑧までを順次制御対象と想定し(各期間に対する最適放流量を決定していくわけである。このようにして, 初期貯水量 $S(1)=0$ として最適放流量を求めたものが図-7の②で示すものであり, 使用した電子計算機(KDC-II)の容量の制約から放流量単位を50 m/secとしてある。なお, 操作期間決定のための基準流量は150 m/sec, 操作単位時間区間は1時間, 制御最終貯水量は有効貯水容量 V にし, 評価関数 D は単ダム操作の場合は $Q(t)$ の凸関数であり²⁾すなわち $D = \frac{1}{100} \cdot Q^2(t)$ とした。

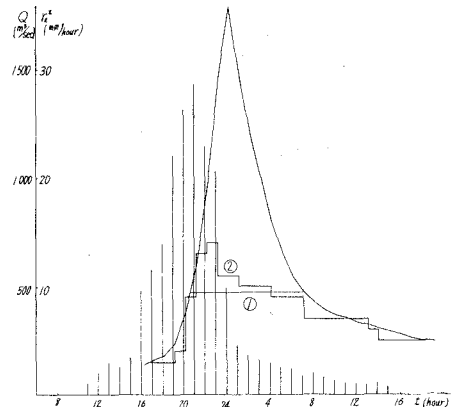


図-7

図-7における放流量曲線①は事前にハイドログラフが完全に既知としたときの(3), (4)式による最適制御の計算結果であり, これと適応制御による②とを比較すると, 21時から翌日の4時までは後者の放流量の方が多くなっているが, これは実際のハイドログラフより大きいハイドログラフ⑦, ⑧を制御対象と想定しているためである。このように想定ハイドログラフが実際より大きい場合, 結果的には真の最適放流①より多い放流を行なうわけであるが, その差はそれほど大きくない。それは前項で述べたような合理的なハイドログラフ予測法を用いたためであり, またこうした予測法によれば, 当然のことながら, このような適応制御の結果が無制御の場合より悪い結果を生ずることが決してないことが保障される。なお, 以上の計算例においては, ゲート操作能力の制限条件を与えていないが, このことは容易に行なうことができ, この制限条件によって(3), (4)式の計算時間はかえって短くなる。

6. あとがき

洪水制御に最も必要であるのはダムへの流入ハイドログラフの予測であるが, 現状では十分な予測は不可能であり, また洪水の流出は急激である。そこでわれわれは, 以上に述べたように刻々の降雨情報の増加に対して順次ハイドログラフの予測値を修正していく予測法と, あらゆる状況に対して一般的な最適制御方針を与えるDPによる洪水制御の定式化を結びつけることによって洪水の適応制御方式の確立を試みたわけである。ここでは, 一評価地点, 単ダムに対する場合を行なったわけであるが, 流入支川の効果, 複数評価地点, およびダム群相互の関連を考慮する一般的な洪水制御系に対する場合, DPによる定式化は一応行なっているとはいえ, 支川およびダム群相互の位置関係により生ずる力学的效果, 評価関数の決定法等にまだ研究の余地があり, 今後の研究課題としたい。

参考文献

- 1) R. Bellman; Dynamic Programming, Princeton Univ. Press, Princeton, N.J., 1957
- 2) 高橋琢馬, 瀬能邦雄, 入江洋樹; ダムによる洪水制御に関する一考察, 土木学会関西支部年次学術講演会講演概要, 1968
- 3) Ven Te Chow; Handbook of Applied Hydrology, Mc Graw-Hill Book Company, Section 4-II, 1964
- 4) 高橋琢馬, 瀬能邦雄; 河域地形の統計, 第22回土木学会年次学術講演会講演概要, 1967
- 5) 石原藤次郎, 石原安雄, 高橋琢馬, 瀬千元; 由良川の出水特性に関する研究, 京大防災研究所年報, 第5号A, 1962