

建設省東北地建

正員

佐々木 賢一

〃

正員

〇 尾田 淳章

〃

井上 三夫

§1 はじめに

本研究は、降雨確率と水位確率の統一の把握と多元確率を考へる事によりおこなうとするものである。流出と関連づけ2降雨量を考へるためには、降雨量を

$$[R] = [Y_{ij}] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1j} & \cdots & Y_{1N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{i1} & Y_{i2} & \cdots & Y_{ij} & \cdots & Y_{iN} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{N1} & Y_{N2} & \cdots & Y_{Nj} & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Y_{ij} : 時刻 i , 分割流域番号 j の単位時間降雨量

の形として考へる必要がある。このとき流出量は変換演算子 T により次の様にあらわされる。

$$[Q] = T[R] \quad (2)$$

流出と関連づけ2降雨確率を考へるためには (1) 式の2階行列量の全起確率が必要であるが、(1)式の横ベクトルは流域分布特性を示し、縦ベクトルは時間分布特性を示す事に注意し、まず、これは

$$[R] = \left[\sum_i Y_{i1}, \sum_i Y_{i2}, \cdots, \sum_i Y_{iN} \right] \quad (3)$$

の全起確率を考へる流出との関係と考察した後、その結果を北上川に適用する。

§2 多元確率による検討

多次元正規分布の確率密度関数は次の様にあらわされる。

$$f(x_1, x_2, \cdots, x_n) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} |R|^{\frac{1}{2}}} \exp \left(-\frac{1}{2} \sum_{j,j'} \sigma_{jj'} (x_j - m_j)(x_{j'} - m_{j'}) \right) \quad (4)$$

$R = [\sigma_{jj'}]$: 共分散行列 m_j : 期待値

$R^{-1} = [\sigma_{jj'}^{-1}]$: 共分散行列の逆行列

年最大降水量分布と対数正規化することにより (4) 式を降雨流出解析に用いる事ができる。そのために

$$R = K \ln \left(\frac{Y}{Y_0} \right) \quad (5) \quad \begin{array}{ll} K: \text{常数} & Y: \text{降雨量} \\ Y_0: & R: \text{正規化降雨量} \end{array}$$

で年最大降水量を正規化する。

a) 最頻度分布について

広大川流域における全流域平均降雨量が与えられる場合、各支川流域での最頻度分布は次の様に求

3.

全流域平均総雨量を Y_T とすると

$$Y_T = \sum_i \alpha_i Y_i \quad \text{--- (6)}$$

α_i : 流域支配率
 Y_i : 分割流域雨量

の順序があり、 α_i は正規化すると

$$Y_{TOT} \exp\left(\frac{R_T}{k_{TOT}}\right) = \sum_i \alpha_i Y_{oi} \exp\left(\frac{R_i}{k_{oi}}\right) \quad \text{--- (7)}$$

となる。よって最大強度分布は (7) 式の拘束条件のもとで

$$\max f(R_1, R_2, \dots, R_n)$$

となる ($R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$) である。

b) 雨量確率と水圧強度確率の関係

年最大雨量が $(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) \sim (Y_1 + \Delta Y_1, Y_2 + \Delta Y_2, \dots, Y_n + \Delta Y_n)$ にある確率は、 n 次元多次確率を用いると、次の様になる。

$$\Pr\left(\frac{R}{R_0 + \Delta R}\right) \doteq f\left(Y_1 + \frac{1}{2}\Delta Y_1, Y_2 + \frac{1}{2}\Delta Y_2, \dots, Y_n + \frac{1}{2}\Delta Y_n\right) \Delta V \quad \text{--- (8)}$$

$$\Delta V = K_1 \cdot K_2 \cdots K_n \left(\ln \frac{Y_1 + \Delta Y_1}{Y_{01}} - \ln \frac{Y_1}{Y_{01}} \right) \cdots \left(\ln \frac{Y_n + \Delta Y_n}{Y_{0n}} - \ln \frac{Y_n}{Y_{0n}} \right)$$

支川分割を仮想単位流域 (面積雨量と点雨量で表わされる最小の流域) であると見做し、 $R_0 < Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ に対して時間分布の生起確率を考慮すると R に対して基準地点の最大雨量 Q_{max} は図-1 のような分布を示すと考えられる。

降雨量が $(R_0 \sim R_0 + \Delta R)$ にあるとき、 Q_{max} の分布は

$$P_R(Q) = \int_{R_0}^{R_0 + \Delta R} f_R(Q) dR \quad \text{--- (9)}$$

$f_R(Q)$: 降雨量 R が $Q_{max} + Q$ となる確率密度関数

となる。

$(R_0 \sim R_0 + \Delta R)$ の生起確率は $\Pr\left(\frac{R}{R_0 + \Delta R}\right)$ であるから

$$\int_0^\infty \Pr(Q) dQ = \Pr\left(\frac{R}{R_0 + \Delta R}\right) \quad \text{--- (10)}$$

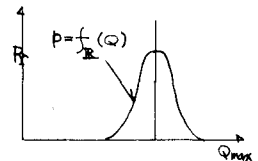
となり、 $\Pr(Q)$ は一様性を仮定すると

$$\Pr(Q) = \begin{cases} P_c & Q_{max}(R) \leq Q \leq Q_{max}(R + \Delta R) \\ 0 & Q < Q_{max}(R) \quad \text{or} \quad Q_{max}(R + \Delta R) < Q \end{cases}$$

$$P_c = \frac{\Pr\left(\frac{R}{R_0 + \Delta R}\right)}{|Q_{max}(R + \Delta R) - Q_{max}(R)|} \quad \text{--- (11)}$$

となる。

図-1



(11)式より次元空間の格子長 Δp は次元部分空間で計算すれば

$$f_{pr}(Q) = \sum_{j_1} \cdots \sum_{j_n} p_c \quad (\text{ 当 } Q \in Q_{max}(R) \sim Q_{max}(R + \Delta R)) \quad (12)$$

により年最大雨量の生起密度関数を求める。

§3 北上川流域への適用

北上川上流を区域Ⅱ-2 のように3流域に分割し、§2で述べた方法により(5)式で分散正規化を施した。其分散行列を求め(4)式の年最大雨量生起確率密度関数を求めた。

資料は明治35年～昭和41年の65年間の年最大雨量を用いる。計算には建設省若手工学事務所設置した2台の電子計算機 FACOM-230-10 を用いた。

分散正規化に用いた定数 R は若手法により次の様に求めた。

$$R_1 = 1.806 \ln \left(\frac{Y_1}{83.633} \right) \quad R_2 = 1.723 \ln \left(\frac{Y_2}{83.940} \right) \quad R_3 = 2.157 \ln \left(\frac{Y_3}{83.056} \right)$$

期待値 m_j は表-1、分散行列は図-3 のようになる。

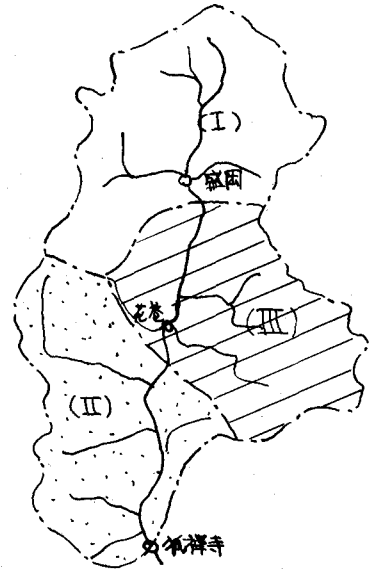
表-1 期待値

	m_j
I	0.5633×10^3
II	0.6471×10^3
III	0.7661×10^3

図-3 分散行列

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} 0.4887 & 0.1604 & 0.2733 \\ 0.1604 & 0.4879 & 0.3353 \\ 0.2733 & 0.3353 & 0.4859 \end{bmatrix}$$

図-2 北上川上流分割流域図



a) 最頻度分布の決定

§2 で述べた方法により

全流域平均雨量が、50mm、

100mm、150mm、200mm、250mm

300mm のそれぞれについて

最頻度分布を(7)式の拘束条

件のもとで Step 中で 20mm に

とりこみ計算した。

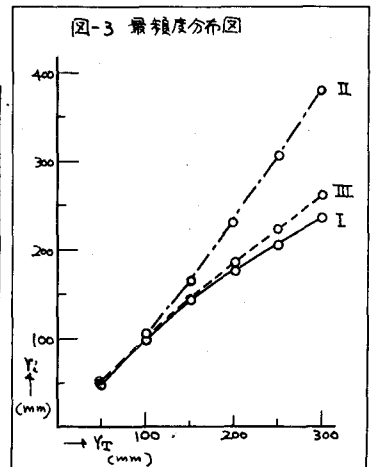
表-2、図-3 の結果を得る。

図-3 は総雨量の大小により流域内の雨量分布が異なることを示している。

表-2 最頻度分布表

流域番号	I	II	III
50 (mm)	55	45	51.4
100	95	105	98.5
150	140	165	140.1
200	175	230	185.7
250	205	305	222.9
300	235	380	260.2

図-3 最頻度分布図



b) 雨量確率と水位確率

各流域の雨量を 50mm 間隔で 50, 100, 150, 200, 250mm に分け格子を作り各格子の降雨量について2流

提出計算とあわせて、北上川本川節“観測寺”における流量の全起確率密度関数(12)式により求めた。提出計算は次の方針によつた。

・時内分布

既知洪水群のマスカーフとすると図-4のようになる。最も勾配が急な洪水ともほぼ一致し、2、3号より洪水の時内分布と図-4の実際のようになる。

・有効雨量分離

有効雨量は、有効率や指数関数的に増加すると考え

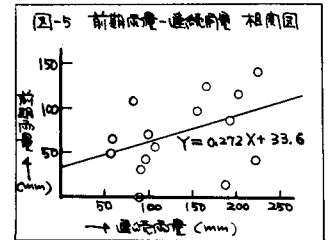
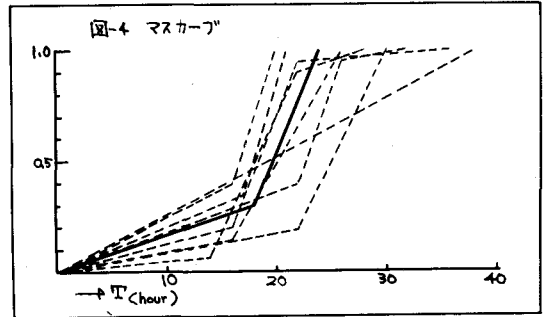
$$V_t' = (1 - e^{-\frac{R}{R_0}}) V_t \quad (13)$$

V_t' : 有効時雨量 R_0 : 流域特性 ($R_0 = 80$)
 V_t : 時内雨量 R : 積算雨量

によつた。積算雨量は、連続降雨以前降雨の影響があると考え、連続降雨の1週間前の雨量を前期降雨と見做し、前期雨量は連続降雨との相関関係により求める。

・河道計算

支川より提出量をコントラクト位により求め、河道では不定流の基礎式と連続式と連立し、アット電子計算機で不定流計算とあつた。



観測寺における流量確率密度関数は図-6のようになる。高水流量部分と拡大すると図-7のようになる。こゝよりT年全起確率相当流量 Q_T は

$$\frac{1}{T} = \int_{Q_T}^{\infty} P_r(Q) dQ$$

より求める。近似的に図-7より求めると $Q_{100} = 8000 \text{ m}^3/\text{s}$ となり、実測値よりGumbel法と求めた $Q_{100} = 7600 \text{ m}^3/\text{s}$ とほぼ一致する。

§4 むすび

本研究は若手工学の第1段階の水害軽減とあわせて、2、3“北上川”の流量検討”の目的の1つとして、更に検討を進めた。最後に食糧の供給と関係する点について、東北地方の農業と関係する。

