

京都大学工学部 正員 石原榛太郎
 京都大学工学部 正員 ○高井琢馬
 京都大学大学院 学生員 瀬能邦雄

1. まえがき；河道分布系は、対象地点からみて河道の統計分布則が成立する河道網系と、成立しない河道配列系の二つに分けて取り扱う必要がある。ただ、この分類は対象地点の位置によって変わる相対的なものである。洪水は、こうした河道分布系を流下・合流していくが、その過程を把握し、単数または複数の対象地点における洪水ピークの予測法を確立することは、ダムまたはダム群による洪水調節の最適操作方式を確立するにあたって急務を要する問題である。

われわれは、こうした課題の検討を進めてきているが、本報告では河道網系における洪水ピークの流下合流過程とピーク値およびその起野の予測法について述べる。

2. 河道分布系とそのモデル化

河道分布系とは、河道の線的な分布状態だけを意味するのではなく、小流域面積、河道長、集水面積、こう配、河道横断形状、粗度などが合成されたシステムとして定義される。これを、モデル化する目的は、洪水ピークの流下合流過程を普遍的かつ定量的に表現する点にあることはいうまでもない。そのモデル化は、Horton の河道の位数化を基本とし、これによって得られる地形則および確率的に導かれた河道分布の幾何学的統計則が基礎となる。

1) 河道の位数と流域地形則および統計則；計量地形学の成果のうち、とくに重要と考えられるものは、つぎの四つの経験的地形則、すなわち、河道数則： $N_u = N_1 R_0^{k-u}$ 、河道長則： $\bar{L}_u = \bar{L}_1 R_0^{u-1}$ 、集水面積則： $\bar{A}_u = \bar{A}_1 R_0^{u-1}$ 、河道こう配則： $\bar{S}_u = \bar{S}_1 R_0^{k-u}$ である。ここに、 N_u は位数 u の河道数、 $\bar{L}_u$ 、 $\bar{A}_u$ 、 $\bar{S}_u$ はそれぞれ位数 u の河道長、集水面積、こう配の平均値である。 k は流域最下流端の位数であり、また $R_0 = N_u / N_{u+1}$ 、 $R_L = \bar{L}_{u+1} / \bar{L}_u$ 、 $R_A = \bar{A}_{u+1} / \bar{A}_u$ 、 $R_S = \bar{S}_u / \bar{S}_{u+1}$ であって、一流域においては、いずれも一定値と見做すことができる。うがに、河道の平面的分布については、 $1/4$ 則： $N_u / N_1 = (1/4)^{u-1}$ 、 $1/2$ 則： $N(i+1) / N_u = (1/2)^i$ 、 $3/4$ 則： $u N_u / N_u = 3/4 (1/4)^{u-1}$ の三つの統計則が理論的に得られている。 $1/4$ 則は分岐比 R_0 が 4 であることを示すものであり、 $1/2$ 則は、同位数の河道の分布則を示すものであり、 $N(i+1)$ は位数 $u-1$ の河道が $(i+1)$ 本流入する（合流点数 i ）位数 u の河道数である。また、 $3/4$ 則は異位数の河道の接続状態を示す統計則であり、 $u N_u$ は位数 u ($u = u+1, u+2, \dots, k$) の河道に流入する位数 u の河道数である。

2) 河道分布系の lumping scale とモデル化；河道分布系は、以上の流域地形則と統計則によるモデル化されるわけであるが、洪水ピークの流下合流過程を考える場合、二つの根本的問題が生ずる。ひとつは、河道の位数化は、河道分布系を位数によって lumping し、集中パラメータ系におおむねおこなわれる。ところが、位数化は地形図のスケールによって異なり、その結果、lumping scale は地形図のスケールによって変わってくる。このスケールを何を基準として決定するかは問題の才一点である。いま一つの問題は、対象地点を含む位数の河道では、上記の統計則が成立したくなく、また、流域地形則も成立したくなく、すなわち、対象地点の存在する河道の lumping は通常意味を

さなくならから、ここでは分布パラメータ系として扱う必要がある。この意味で、集中パラメータ系として処理できる部分を河道網系、分布パラメータ系として扱う必要がある部分を河道配列系とよんだのであり、当然のことはながらこの二つの系の存在域は、一本管内でも対象地点の位置によって変わってくる。河道分布系は、この二つの系の合成系であるから、洪水ピークの流下合流過程を統一的に表現するには、集中パラメータ系と分布パラメータ系をそれぞれに適応した方法で解析すると同時に、その合成をはかる必要がある。これが本二の問題点である。

3) lumping scale ; このようはスケールの地形図を用いても、位数1 (O_1)の河道(けい谷)のランダム分布を前提とする限り、上記二つの統計則は成立する。問題は、 O_1 の河道の定義であり、それは、試験地流出あるいは室内実験結果と一般流域流出との相似関係を規定するうえで重要であると同時に、 O_2 の河道への最初の流入強度を決めるうえで決定的な意味を持つ。残念ながら、この問題は今のところ解決されていない。ただ、河道ひん度(単位面積あたりの河道数) F と河道密度(単位面積あたりの河道長) D の間に、地形図のスケールにかかわらず $F/D^2 = \text{const.}$ の関係が成り立ち、この const. はスケールに無関係であるとする Horton の示した実証例が一つの指標となる。すなわち、地物則から、
$$F/D^2 = \frac{\bar{L}_1^2 (R_0^k - R_k^k)^2}{A_k (R_0 - R_k)^2} \cdot \left(\frac{R_0 - 1}{R_k - 1} \right) = \text{Invariant const. for map's scale}$$

の関係が成り立つから、 $\bar{L}_1$ の値を算出すれば、それが、地形図のスケールに適した O_1 の長さと考えられるのである。

3. 洪水ピークの流下過程； 河道網系における洪水ピークの流下過程は、 O_1 のピークが O_2 のノード(河道)に流入し、そこで変換をうけて O_2 ノードの流出ピークとなり、これがさらに O_3 のノードへの流入ピークとなる。この過程について説明しよう。

1) O_1 の流出ピーク； O_1 の河道長および面積のひん度分布は一般に対数正規分布をなすが、この理由は、1/2 則によって説明できる。すなわち、1/2 則は、合流点数またはあるノードへの流入流域数の分布を表現するものであるが、現実の各流入流域はそれぞれ異なる種の分布をもち、その結果、ノードへの流入流域面積への分布は、1/2 則と個々の流域の分布からなる複合分布をなすのである。この結果、ノードへの流入面積分布は正に非対称の分布となり対数正規分布に近づくものと予想される。しかし、個々の流域面積のパラメータは1/2 則とごく小さく変形するだけである。たとえば、1/2 則によれば、 $E(Nu) = 3$ 、 $\sigma_{Nu} = \sqrt{3}$ であり、変動係数は約 0.55 であるが、流域面積の変動係数は 0.3 ~ 0.5 であり、また、その標本平均は、1/2 則の1次の積率点の値とほぼ一致する。このことが、佐賀の位数の流域面積、河道長といった量についていえることは重要であって、どのようなスケールの地形図を用いても、それによって決まる O_1 の流出ピークは、その平均値をとおせばよいことを意味する。というのは、 O_1 の河道長 $\bar{L}_1$ とある基準(たとえば、Horton の定義したように $\bar{L}_1 = \bar{L}_g = 1/2 D$) をとおせばよいことを示し、それ以上小さくしても、やはりその内部では1/2 則が成り立つであろうから、いずれにしても初期流出ピークは平均値をとる以外に方法はないからである。

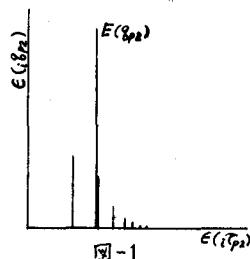
2) ノードの入・出流量ピークと其の平均化； O_2 のノードは、確率的に $N-1$ コの状態があることをいえ、その集合 C_2 は、

$$C_2 = \{1, C_2, {}_2C_2, \dots, {}_iC_2, \dots, {}_{N-1}C_2\}$$

$$= \left\{ \underbrace{\quad}_{\text{1}}, \underbrace{\quad}_{\text{2}}, \dots, \underbrace{\quad}_{\text{1}}, \dots, \underbrace{\quad}_{\text{1}} \right\}$$

で表わされる。ここに、 iC_2 は、 i の合流点をもつ O_2 のノードであり、その確率は $Pr(iC_2) = (\frac{1}{2})^i$ である。つまり、 iC_2 の O_u の上での流出流量 $E(i\delta_{p2})$ は、 $E(i\delta_{p2}) = Q_1(2+(i-1)p_1)\bar{\delta}_{p1}(\frac{1}{2})^i$ (1) で与えられる。ここに、 Q_1 は面積配分係数、 $\bar{\delta}_{p1}$ は O_1 のピークであり、また、 p_1 は iC_2 の合流率の平均を表わし、数値計算によると、 p_1 は i にかかわらずほぼ一定値をとるので、 $p_1 \approx p$ とおく。また、 iC_2 内のピークの伝達時間 $E(i\tau_{p2})$ は、 $E(i\tau_{p2}) = 0.6 i l_2 \bar{R}_2 / (E(i\delta_{p2}))^{0.4}$ (2) で与えられ、ここに、 l_2 は溝り合、 O_1 の流入枝の間隔であり、 $\bar{R}_2 = (\bar{n}_2 / \sqrt{\sin \theta_2} \cdot \bar{s}_2^{2/3})^{0.6}$ で、 $\bar{n}_2$, $\sin \theta_2$, $\bar{s}_2$ はそれぞれ、 O_2 の粗度、二つ配、じん込長さであり、 $-$ は平均値を示す。

$E(i\delta_{p2})$ と $E(i\tau_{p2})$ の関係は、図-1 のパルス列にあり、その和はパルス関数 $E(\delta_{p2})$ となる。すなわち、 $E(\delta_{p2}) = \sum_{i=1}^{N-1} E(i\delta_{p2}) = Q_1(2+p_1)\bar{\delta}_{p1}$ (3) とおいて、パルス列 $E(i\delta_{p2})$ は O_3 のノードへの入力となるが、 O_2 と O_3 のノードの接続は確率論的に独立であり、かつまた、パルス列 $E(i\delta_{p2})$ の時間間隔は極めて小さいと仮定より、 O_2 から O_3 への入りは $E(\delta_{p2})$ として十分である。



以上の関係は、河道網系においては任意の位置のノード間についても成り立ち

$$E(\delta_{pu+1}) = Q_u(2+p_u)E(\delta_{pu}) \quad (4), \quad E(\tau_{pu}) = E(\tau_{pu-1}) + 2\bar{\tau}_u \quad (5)$$

の関係が得られる。ここに、 $Q_u = 1/3 \cdot R_u$ である。なお、(5)式の算出過程は省略したが、 $\bar{\tau}_u$ は O_{u-1} のノード内の合流点間隔のピークの平均伝達時間である。

3) 合流率 p_u の表現；合流率 p_u は、 O_{u+1} のノード内のピーク伝達時間 $\bar{\tau}_u$ の指数関数と仮定するパラメータとして、 $p_u = \exp(-\alpha \bar{\tau}_u)$ (6) とおく。また、 $\bar{\tau}_u$ と $\bar{\tau}_{u-1}$ の間には、特性曲線法と地形則によって、

$$\bar{\tau}_u / \bar{\tau}_{u-1} = R_u \cdot R_u^{-0.4} \cdot R_s^{0.3} \left(\frac{\bar{s}_{u+1}}{\bar{s}_u} \right)^{0.4} \cdot \left(\frac{\bar{n}_u}{\bar{n}_{u-1}} \right)^{0.6} \quad (7)$$

の関係がなりたち、(6)式は、 $p_u = p_1 \bar{\tau}_1 / \bar{\tau}_u$ (8) と表わされる。

4. ピークとその起時の期待値；式(3)、(4)および(5)から、流域最下流端におけるピーク流量の期待値 $E(\delta_{pk})$ と、その生起時刻の期待値 $E(\tau_{pk})$ は

$$E(\delta_{pk}) = \prod_{u=1}^{k-1} Q_u(2+\beta_u p_u) \bar{\delta}_{p1} \quad (9)$$

$$E(\tau_{pk}) = \tau_{p1} = \left\{ \sum_{u=1}^{k-1} \xi_u (\bar{\tau}_u / \bar{\tau}_1) \right\} \cdot \bar{\tau}_1 \quad (10)$$

で表わされる。ここに、 β_u , ξ_u はそれぞれ

$$\beta_u = \sum_{i=1}^{i_{\max}} (i-1) \frac{N(iC_u)}{N(C_u)}, \quad \xi_u = \frac{\sum_{i=1}^{i_{\max}} i(i+3)/2 \cdot N(iC_u)}{\sum_{i=1}^{i_{\max}} (i+1) N(iC_u)}$$

であって、河道の統計則からのはずれの補正係数である。統計則が成り立つときには、 $\beta_u = 1$, $\xi_u = 2$ となる。

5. 適用例； O_1 の流出ピーク $\bar{\delta}_{p1}$ は、 O_1 の集水域におけるピークの到達時間 τ_{p1} 内の置換有効降雨 R^* の平均強度と γ_{mp1} とすると、 $\bar{\delta}_{p1} = \gamma_{mp1} \cdot \bar{A}_1$ (11) で与えられる。これと(9)式から、

$$E(8pk) = f_{mpi} \cdot f(p) \quad (12) \quad \text{で表わされる。}$$

∴ に、 $f(p)$ は、 $f(p) = \bar{A}_1 \sum_{i=1}^{k-1} A_{ui}(2 + \beta_0 p_i \bar{u}_i / \bar{u})$ (13) で与えられ、 $p_i = p$ とおけば、 p 以外はすべて地形解析によって数値化できる。また、 p は $p = e^{-\alpha \bar{u}_i}$ で与えられているから、 f_{mpi} との間には、 $p_i = \exp\{-C(f_{mpi})^{0.4}\}$ (14) $C = 0.227\alpha \bar{L}_2 \cdot \bar{n}_2^{0.6} \cdot \sin \bar{\theta}_2 \cdot \bar{S}_2 \cdot \bar{A}_1^{-0.4}$ である。

C は定数であるから、 p は f_{mpi} のみの関数となり、かつ $E(8pk)$ は、 f_{mpi} の値と流域特性値によって与えられることになる。以上を大野ダム上流部に適用してみよう。∴ に必要流域特性値は、 $1/50000$ の地形図を用いたが、その結果を表-1に示す。これから $\bar{u}_i / \bar{u}$ を(7)式によって算出すると、表-2のようになる。

表-1

∴ の結果から、 $f(p) \sim p$ の関係は、図-2のようになり、 $f(p)$ の単位を (mm/hr) としたとき、 $E(8ps)$ の単位が (mm/sec) に置き換えてある。また、ビ-7の起時 $E(Tps)$ も(10)式と表-1および表-2から

$$E(Tps) - \bar{u}_i = 21.26 \bar{u}_i \quad (15)$$

で与えられる。なお、 $\bar{u}_i$ は、特性曲線法理論による、

$$\bar{u}_i = G_i \cdot f_{mpi}^{-0.4} \quad (16)$$

で与えられ、∴ に、 $G_i = C/d$ である。

∴ において、 f_{mpi} は、特性曲線法の最大流量発生条件を用いて以下のように求める。

(1) 与えられたハイドログラフを連換有効降雨に変換する。(2) f_{mpi} を仮定し、(16)式から $\bar{u}_i$ を求める。(3) ∴ の $\bar{u}_i$ を(15)式に代入して $\bar{u}_i$ を求める。(4) ∴ の T_{pi} を用いて最大流量の発生条件から f_{mpi} を算出する。(5) ∴ の値が仮定した f_{mpi} と一致しなければ、 f_{mpi} を新たに仮定して、(3)以下の操作をくり返す。以上のようにして得た f_{mpi} とそれに対応する p の値を多くの出水について算定した結果を図-3に示した。

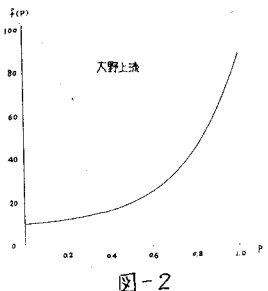


図-2

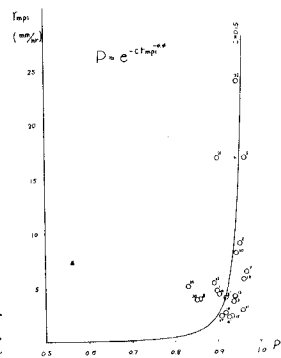


図-3

6. 結び：以上、河道網系におけるピーク値と起時の算定法をごく大まかに説明したが、∴ の結果は、洪水調節ダムへの流入流量予測の迅速化、あるいは資料の少ない河川上流水源部の洪水流量予測が可能となることを示している。今後、∴ を基礎として河道網系の洪水ピークの予測理論を組み立てていきたい。

参考文献

- 1) Ven Te Chow; Handbook of Applied Hydrology, McGraw-Hill Book Company, Section 4-II, 1964.
- 2) 高柳政基, 瀬能邦雄; 河域地形の統計, 第22回土木学会年次学術講演会講演概要, 1967.
- 3) 高柳政基, 瀬能邦雄, 入江洋樹; ダムによる洪水流出の適応制御, 第23回土木学会年次学術講演会講演概要, 1968.